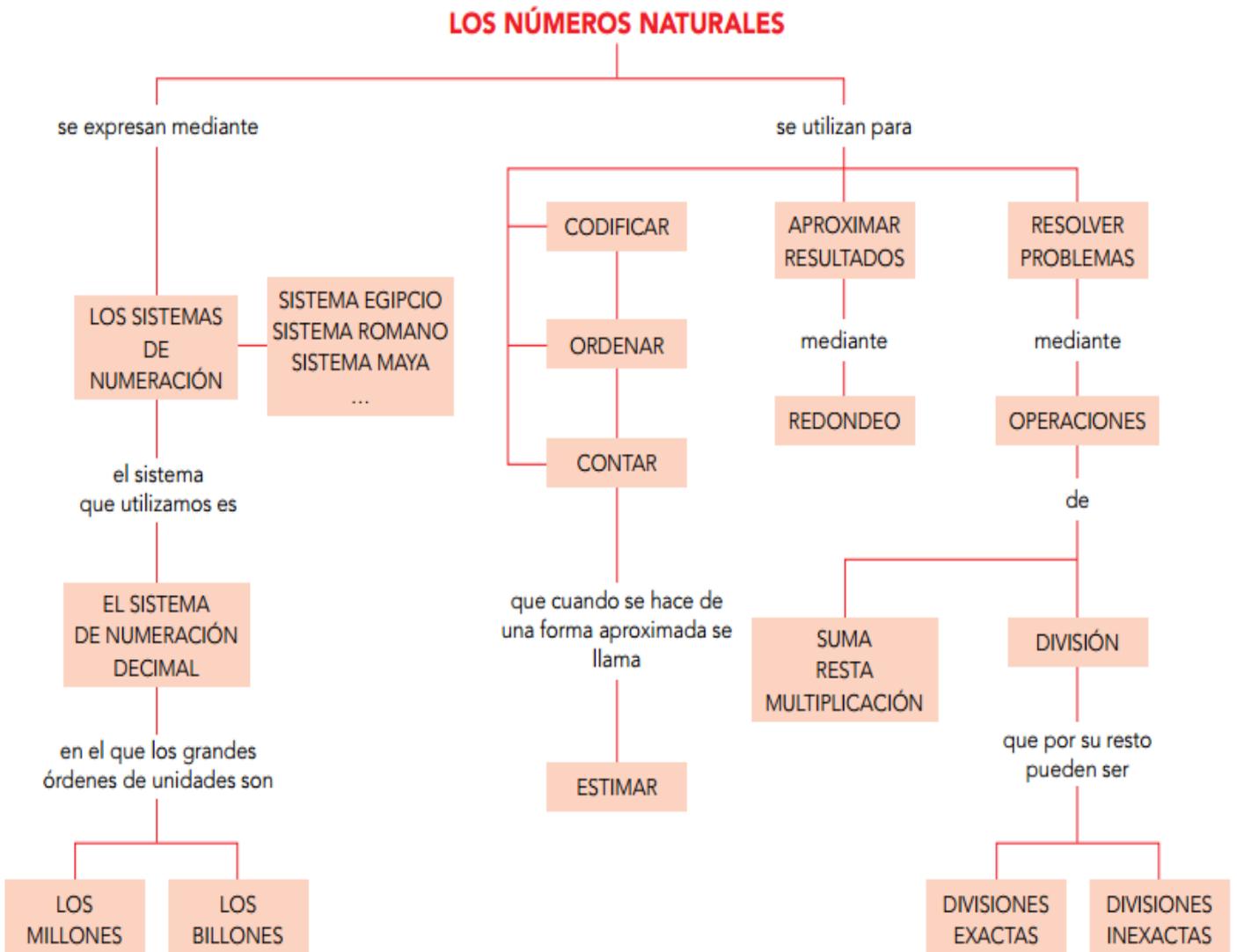


# TEMA 1: LOS NÚMEROS NATURALES



## Aproximaciones. Redondeos y Truncamientos

En la vida real suelen presentarse situaciones en las que no se puede, o no interesa, realizar cálculos con valores exactos, bien porque éstos no se conocen, bien porque la información que ofrece el resultado exacto es irrelevante. En estas situaciones se recurre al cálculo con aproximaciones. La manera más habitual de efectuar una aproximación es recurrir al denominado **redondeo**. Para redondear un número a un determinado número de unidades, seguiremos los siguientes pasos:

1. Se sustituyen por ceros todas las cifras a la derecha de dicho orden.
2. Si la primera cifra desechada es estrictamente menor que 5, la última cifra significativa no se modifica, siendo el redondeo lo que denominamos la **aproximación por defecto**. Si la primera cifra desechada es mayor o igual que 5, a la última cifra significativa se le suma una unidad y el redondeo coincide con la **aproximación por exceso**.

Ejemplo: Redondear a las centenas:

217640 ----- 27600                      3850 ----- 3900                      24572 ----- 24600

**Truncar** un número consiste en sustituir las cifras por ceros hasta un determinado orden de unidades.

Ejemplo: Truncar a las centenas:

27640 ----- 27600                      3850 ----- 3800

Cuando el redondeo es la aproximación por defecto del número, entonces coincide con el truncamiento.

## ¿QUÉ ES UN SISTEMA DE NUMERACIÓN?

Conjunto de reglas y símbolos (cifras) que nos permiten leer y escribir cualquier número.

Pueden ser de dos tipos:

### NO POSICIONALES

Sus símbolos toman siempre el mismo valor independientemente del lugar que ocupen.

#### Los números romanos

- Los símbolos utilizados y sus equivalencias son:

$$\begin{aligned}
 I &= 1 & V &= 5 \\
 X &= 10 & L &= 50 \\
 C &= 100 & D &= 500 & M &= 1000
 \end{aligned}$$

- Las reglas son:

- El símbolo I puede escribirse a la izquierda de V o X. En este caso se le resta su valor.

$$IV = 5 - 1 = 4 \quad IX = 10 - 1 = 9$$

- El símbolo X puede escribirse a la izquierda de L o C, y también se le resta su valor.

$$\begin{aligned}
 XL &= 50 - 10 = 40 \\
 XC &= 100 - 10 = 90
 \end{aligned}$$

- El símbolo C puede ir a la izquierda de D o M, restando su valor a la letra que le sigue:

$$\begin{aligned}
 CD &= 500 - 100 = 400 \\
 CM &= 1000 - 100 = 900
 \end{aligned}$$

- Los símbolos I, X, C y M se pueden escribir hasta tres veces seguidas. Los demás, no.

- Una raya colocada encima de una letra o grupo de letras multiplica su valor por 1000.

$$\overline{VI} = 5001 \quad \overline{VI} = 6000$$

- Es un sistema aditivo, porque para hallar lo que vale un número, se va sumando el valor que representa cada uno de sus símbolos.

$$CCLXVII = 100 + 100 + 50 + 10 + 5 + 1 + 1 = 267$$

- No hay ningún símbolo que represente el cero.

### POSICIONALES

El valor de una cifra depende del lugar que ocupa esa cifra en dicho número.

#### El sistema de numeración decimal

- Nuestro sistema de numeración es decimal porque:

- Utiliza diez cifras:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

- Diez unidades de un orden forman una unidad del orden siguiente.

UNIDADES		Símbolo	Equivalencia
Simples	Unidad	U	1
	Decena	D	10 U
	Centena	C	10 D = 100 U
Unidad	De Mil	UM	10 C = 1.000 U
Decena		DM	10.000 U
Centena		CM	100.000 U
Unidad	De millón	UMM	1.000.000 U
Decena		DMM	10.000.000 U
centena		CMM	100.000.000 U

Unidad	De Miles de millón	UMMM	1.000.000.000 U
Decena		DMMM	10.000.000.000 U
Centena		CMMM	100.000.000.000 U
Unidad	De billón	UB	1.000.000.000.000 U

Un millardo = Mil millones

Unidades de millón			Unidades de mil			Unidades simples		
CMM	DMM	UMM	CM	DM	UM	C	D	U
						1	3	5
					2	0	8	7
				5	6	4	1	9
			5	9	0	7	2	1
		2	8	4	1	5	2	3
	1	3	4	7	8	9	7	2
9	5	2	1	3	2	5	0	4



# NÚMEROS NATURALES

El conjunto de los números naturales está formado por:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots\}$$

Con los **números naturales** contamos los elementos de un conjunto (número cardinal). O bien expresamos la posición u orden que ocupa un elemento en un conjunto (ordinal).

Los **números naturales** están **ordenados**, lo que nos permite comparar dos **números naturales**:

$$5 > 3; \quad 5 \text{ es mayor que } 3.$$

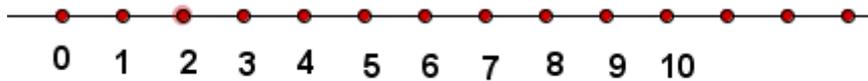
$$3 < 5; \quad 3 \text{ es menor que } 5.$$

Los **números naturales** son **ilimitados (infinitos)**, si a un número natural le sumamos 1, obtenemos otro **número natural**.

## Representación de los números naturales

Los **números naturales** se pueden representar en una recta ordenados de menor a mayor.

Sobre una recta señalamos un punto, que marcamos con el número cero. A la derecha del cero, y con las mismas separaciones, situamos de menor a mayor los siguientes **números naturales**: 1, 2, 3...



## Suma de números naturales

$$a + b = c$$

Los términos de la suma, **a** y **b**, se llaman **sumandos** y el resultado, **c**, **suma**.

## Propiedades de la suma de números naturales

1. El resultado de **sumar dos números naturales** es otro **número natural**.

$$a + b \in \mathbb{N}$$



## 2. Asociativa:

El modo de agrupar los sumandos no varía el resultado.

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

$$(2 + 3) + 5 = 2 + (3 + 5)$$

$$5 + 5 = 2 + 8$$

$$10 = 10$$

## 3. Conmutativa:

El orden de los sumandos no varía la suma.

$$a + b = b + a$$

$$2 + 5 = 5 + 2$$

$$7 = 7$$

## 4. Elemento neutro:

El **0** es el **elemento neutro** de la suma porque todo número sumado con él da el mismo número.

$$a + 0 = a$$

$$3 + 0 = 3$$

## Resta de números naturales

$$a - b = c$$

Los términos que intervienen en una **resta** se llaman: **a**, **minuendo** y **b**, **sustraendo**. Al resultado, **c**, lo llamamos **diferencia**.

## Propiedades de la resta de números naturales

### 1. No es una operación interna:

El resultado de **restar dos números naturales** no siempre es otro **número natural**.

$$2 - 5 \notin \mathbb{N}$$

### 2. No es Conmutativa:

$$5 - 2 \neq 2 - 5$$



## Multiplicación de números naturales

**Multiplicar dos números naturales** consiste en **sumar uno** de los **factores consigo mismo** tantas veces como indica el otro **factor**.

$$a \cdot b = c$$

Los términos **a** y **b** se llaman **factores** y el resultado, **c**, **producto**.

### **Propiedades de la multiplicación de números naturales**

**1. Interna:** El resultado de **multiplicar dos números naturales** es otro **número natural**.

$$a \cdot b \in \mathbb{N}$$

**2. Asociativa:**

El modo de agrupar los **factores** no varía el resultado.

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

$$(2 \cdot 3) \cdot 5 = 2 \cdot (3 \cdot 5)$$

$$6 \cdot 5 = 2 \cdot 15$$

$$30 = 30$$

**3. Conmutativa:**

El orden de los **factores** no varía el **producto**.

$$a \cdot b = b \cdot a$$

$$2 \cdot 5 = 5 \cdot 2$$

$$10 = 10$$

**4. Elemento neutro:**

**El 1 es el elemento neutro de la multiplicación de números naturales**, porque todo número multiplicado por él da el mismo número.

$$a \cdot 1 = a$$

$$3 \cdot 1 = 3$$



### 5. Distributiva:

La **multiplicación** de un **número natural** por una **suma** es igual a la suma de las **multiplicaciones** de dicho **número natural** por cada uno de los **sumandos**.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

$$2 \cdot (3 + 5) = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$$

$$2 \cdot 8 = 6 + 10$$

$$16 = 16$$

### 6. Sacar factor común:

Es el proceso inverso a la **propiedad distributiva**.

Si varios **sumandos** tienen un **factor común**, podemos transformar la **suma** en **producto** extrayendo dicho **factor**.

$$a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$$

$$2 \cdot 3 + 2 \cdot 5 = 2 \cdot (3 + 5)$$

$$6 + 10 = 2 \cdot 8$$

$$16 = 16$$

### División de números naturales

$$D : d = c$$

Los términos que intervienen en una **división** se llaman, **D**, **dividendo** y, **d**, **divisor**. Al resultado, **c**, lo llamamos **cociente**.

### Tipos de divisiones

#### 1. División exacta:

Una **división** es **exacta** cuando el **resto** es **cero**.

$$D = d \cdot c$$

$$15 \quad | \quad 5$$

$$\boxed{0} \quad 3 \quad 15 = 5 \cdot 3$$



## 2. División entera:

Una **división** es **entera** cuando el **resto** es **distinto** de **cero**.

$$D = d \cdot c + r$$

$$17 \quad | \quad 5$$

$$\boxed{2} \quad 3 \quad 17 = 5 \cdot 3 + 2$$

## Propiedades de la división de números naturales

### 1. No es una operación interna:

El resultado de **dividir dos números naturales** no siempre es otro **número natural**.

$$2 : 6 \notin \mathbb{N}$$

### 2. No es Conmutativo:

$$a : b \neq b : a$$

$$6 : 2 \neq 2 : 6$$

### 3. Cero dividido entre cualquier número da cero.

$$0 : 5 = 0$$

### 4. No se puede dividir por 0.

## Operaciones combinadas

En las operaciones combinadas, hemos de atender:

1. Primero, a los paréntesis
2. Después, a las multiplicaciones y a las divisiones (en el orden que van apareciendo)
3. Por último, a las sumas y a las restas (en el orden que van apareciendo)

Ejemplo:

$$a) \quad 48 : 3 + 5 - 2 \cdot 3 = 16 + 5 - 2 \cdot 3 = 16 + 5 - 6 = 15$$

$$b) \quad 48 : (3 + 5) - 2 \cdot 3 = 48 : 8 - 2 \cdot 3 = 6 - 6 = 0$$

$$c) \quad 48 : 3 + (5 - 2) \cdot 3 = 16 + 3 \cdot 3 = 16 + 9 = 25$$



**1. SISTEMAS DE NUMERACIÓN**

1. Indica el valor posicional de la cifra 3:

- a) 5396                    b) 12463                    c) 3527001

2. Indica el valor posicional de todas las cifras:

- a) 4596                    b) 35702                    c) 17890

3. Escribe, en cada caso, números que cumplan las siguientes condiciones:

- a) Tiene ocho unidades, nueve centenas y dos unidades de millar  
b) Tiene siete decenas, cinco unidades de millar y es capicúa de cuatro cifras

4. Escribe estos números romanos en el sistema de numeración decimal:

- a) XXII                    b) CXVI                    c) DCLXIII                    d) CXCIX                    e) CMX

5. Escribe en números romanos:

- a) 49                    b) 511                    c) 65306                    d) 148

**2. APROXIMACIÓN DE NÚMEROS NATURALES**

6. Trunca y redondea estos números a las decenas y a las centenas:

- a) 3729                    b) 653497                    c) 25465

7. Aproxima estos números redondeándolos a las decenas de millar y a las decenas:

- a) 33675                    b) 674323                    c) 34544                    d) 19864

**3. PROPIEDADES DE LAS OPERACIONES CON NÚMEROS NATURALES**

8. Completa en tu cuaderno e indica las propiedades que se aplican en cada igualdad:

a)  $14 + 35 = \_ + 14$                     b)  $7 \cdot (\_ \cdot 5) = (\_ \cdot 4) \cdot 5$                     c)

$2 \cdot 5 - 2 \cdot 3 = 2 \cdot (\_ - \_)$

9. Completa la siguiente tabla, indicando las operaciones en cada caso:

<b>D</b>	<b>d</b>	<b>c</b>	<b>r</b>
27	4		
	12	17	10

**4. OPERACIONES COMBINADAS.**

10. Resuelve estas operaciones:

a)  $28 - 3 \cdot 2 \cdot 4$                     b)  $25 - 5(10 - 6) : 10$                     c)  $3 \cdot 7 \cdot (4 - 2) : 6 + (10 - 14 : 7)$

d)  $70 - 60 : (3 + 2) \cdot (6 - 2 \cdot 2) - 64 : 8$                     e)  $(3 - 1) + [4 + (1 + 3 + 8)]$

f)  $10 - 8 + 12 : 4 + 7 \cdot 4 - 30$                     g)  $6 \cdot (15 - 5 + 2) - 8 : 4 - 42 : (10 - 7 + 3)$

**5. PROBLEMAS CON NÚMEROS NATURALES**

11. Un edificio tiene planta baja y cuatro pisos. La planta baja tiene 5 metros de altura y cada uno de los pisos 3 metros. ¿Cuál es la altura del edificio?

12. Un restaurante pagó el mes pasado 1144 € por una factura de 143 kg de carne. ¿Cuántos kilos ha gastado este mes sabiendo que tiene que pagar una factura de 1448 €?

13. Con la venta de 21 vacas se han comprado 8 caballos y han sobrado 7250 €. Si cada caballo se ha valorado en 800 €, ¿en cuánto se ha valorado cada vaca?

14. Una biblioteca tiene 5 salas, en cada sala hay 5 estanterías con 8 baldas cada una, y en cada balda hay 40 libros. ¿Cuántos libros hay en la biblioteca?

15. Un tendero compra 15 cajas de leche con 10 botellas de litro cada una. Cada caja le sale a 5 €. En el transporte se cae una caja y se rompen 5 botellas. Después vende la leche que le queda a 1 € la botella. ¿Qué ganancia obtiene?

16. Para comprar un coche se paga una entrada de 1.600 € y 36 mensualidades de 400 €. ¿Cuál es el coste total?

17. Un agricultor lleva a la fábrica 6.480 kg de aceitunas. Si de cada 4 kg se obtiene 1 litro de aceite y por cada litro recibe 3 €, ¿Cuánto dinero ha recibido?

18. Expresa en el sistema de numeración decimal estos números romanos:

- a) XXVII      b) CMXXIV      c) DCXLVI      d) MXXIX

19. Escribe en números romanos:

- a) 148      b) 9999      c) 614      d)  $\overline{XIX}$

20. Completa en tu cuaderno la tabla con las aproximaciones por truncamiento y redondeo a las centenas, y elige la mejor aproximación:

	Truncamiento	Redondeo
4356		
66724		
200443		

21. Detecta el error en cada una de las expresiones:

- a)  $4 \cdot (9 - 6) = 4 \cdot 9 + 4 \cdot 6$       b)  $(7 + 8) \cdot 5 = 7 \cdot 8 + 7 \cdot 5$   
 c)  $(3 + 12) \cdot 2 = 3 + 12 \cdot 2$       d)  $5(10 - 3) = 5 \cdot 10 - 5 - 3$

22. Sin realizar la división, indica cuáles de estas divisiones tienen resto igual a 0:

- a)  $D = 6099$        $d = 19$        $c = 321$        $r = ?$   
 b)  $D = 986$        $d = 17$        $c = 58$        $r = ?$

**23.** Realiza las siguientes operaciones:

a)  $9 : 3 \cdot 4 - (4 + 2 - 3) : 3$

b)  $7 + 5 \cdot 9 : 3$

c)  $25 + 4 \cdot 2 - 7 \cdot 3$

d)  $100 - 6 \cdot 8 - 36 : 3 - 30 + 5$

e)  $[(10 + 2 \cdot 5 \cdot 4 : 8) - (2 + 4 - 3)] - 9$

f)  $[(4 \cdot 3 - 6) + (8 \cdot 3 - 15 : 3)] \cdot [(9 : 3 + 3 \cdot 9) : (6 - 3)]$

g)  $14 - 40 : 5 + 11 \cdot (27 : 3 - 24 : 6)$

h)  $17 - 3(8 - 4) + 54 : 2$

i)  $5 \cdot [3 + 2 \cdot (2 + 5 - 3)] - 10 \cdot 2 : 4$

**24.** Seis personas tienen 1000 € para gastos de un viaje. Deben viajar en tren y en avión. El billete de tren cuesta 38 € y el de avión 125 €. ¿Tienen suficiente dinero para realizar el viaje?

**25.** Luis tiene 6 años, su hermana María tiene 3 años más, y su hermano Enrique tiene el doble de la edad de Luis. Cuando su madre tuvo a Enrique tenía el triple de la edad actual de María. ¿Qué edad tiene ahora mismo la madre?

**26.** Un naranjo ha producido este año 40 kg de naranjas y el año anterior 27 kg. Si el kilo de naranjas el año pasado estaba a 3 € y este año está a 2 €, ¿han aumentado o disminuido las ganancias respecto del año pasado?

**27.** Dos flores cuestan 3 € y un ramo tiene 12 flores.

a) ¿Cuántos ramos puedo hacer con 90 €?

b) Si se quieren ganar 40 €, ¿por cuánto se debe vender cada ramo?

**28.** Se han invertido 12375 € para plantar árboles en unas parcelas. Si en cada parcela se han plantado 25 árboles y cada árbol ha costado 3 €, ¿cuántas parcelas se han plantado?

**29.** ¿Cuántas losas de un metro cuadrado se necesitan para cubrir un patio cuadrado de 22 m de lado?

**30.** Una finca cuadrada tiene una superficie de 900 metros cuadrados. Calcula la longitud de su lado.

**31.** Se ha enlosado una habitación cuadrada con 225 baldosas, también cuadradas. ¿Cuántas filas forman las baldosas?

**32.** Una fábrica de electrodomésticos produce 250 lavadoras cada día, con un coste medio de 208€ por unidad. ¿Qué ganancia obtiene si vende la producción de un mes a un mayorista, por un importe global de dos millones de euros?