

# TEMA 10. POLÍGONOS ÁREAS Y PERÍMETROS

## ELEMENTOS CLASIFICACIÓN

TRIÁNGULOS

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

CUADRILÁTEROS

$$A = b \cdot a$$

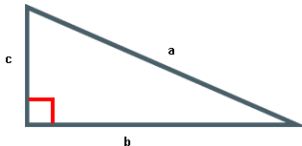
POLÍGONOS REGULARES

$$A = \frac{\text{perímetro} \cdot \text{apotema}}{2}$$

CIRCUNFERENCIA  
CÍRCULO

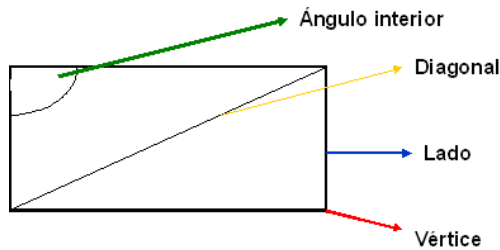
$$A = \pi \cdot r^2$$

TEOREMA DE PITÁGORAS:  $a^2 = b^2 + c^2$



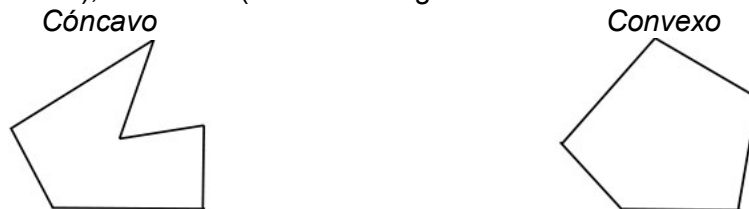
# POLÍGONOS

Un **POLÍGONO** es una región del plano limitada por una línea poligonal cerrada. Los segmentos de la línea poligonal son los **lados** del polígono, los ángulos entre cada dos segmentos consecutivos son sus **ángulos**, y los puntos de unión entre dos lados son los **vértices**. Las **diagonales** son las rectas que unen vértices opuestos



Los polígonos se pueden **CLASIFICAR** de diferentes formas:

- Según su número de lados: **Triángulo**, **Cuadrilátero**, **Pentágono**, **Hexágono**...
- Según la medida de sus ángulos interiores: **Cóncavo** (alguno de sus ángulos interiores es mayor de 180°), **Convexo** (todos sus ángulos interiores son menores de 180°)



- Según sus ángulos interiores y sus lados: **Regular** (todos sus ángulos y sus lados son iguales), **Irregular** (tiene algún lado o algún ángulo distinto)

## TRIÁNGULOS

Un triángulo es un polígono de tres lados y tres ángulos. Se pueden clasificar de diferentes formas:

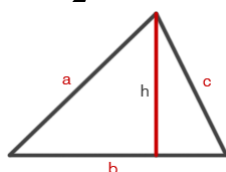
- Según la longitud de sus lados: **Equilátero** (los tres lados iguales), **Isósceles** (dos lados iguales), **Escaleno** (ningún lado igual).
- Según la amplitud de sus ángulos: **Acutángulo** (los tres ángulos agudos), **Rectángulo** (un ángulo recto), **Obtusángulo** (un ángulo obtuso).

*La suma de los tres ángulos de un triángulo es de 180°. Los triángulos equiláteros son también equiángulos. Es decir, sus ángulos son iguales, de 60°. Los triángulos isósceles tienen también dos ángulos iguales. Los triángulos escalenos tienen también los ángulos desiguales. Y se cumple que a mayor lado se opone mayor ángulo.*

El **PERÍMETRO** de un triángulo es la suma de las longitudes de sus tres lados.

El **ÁREA** de un triángulo se obtiene multiplicando la base por su altura correspondiente y dividiendo entre dos.

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

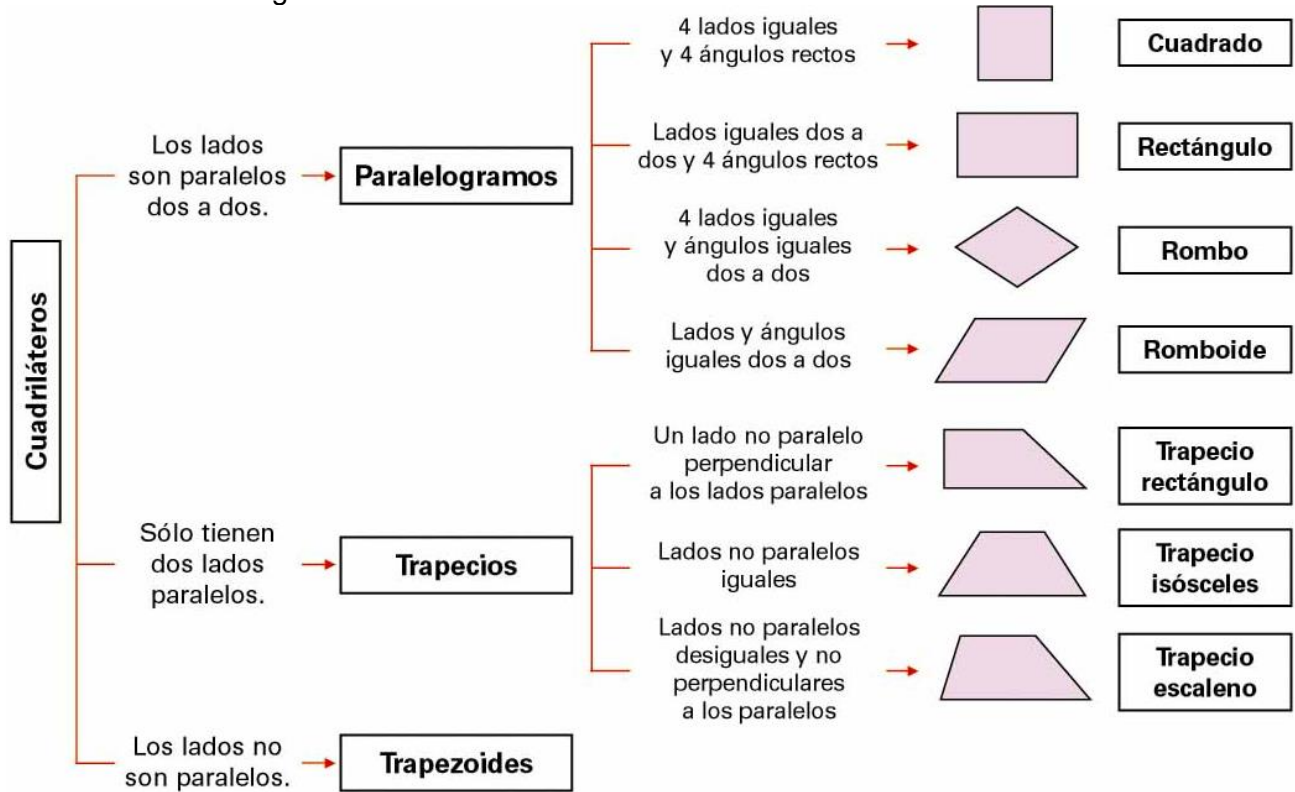


*Si el triángulo es rectángulo, los catetos son perpendiculares y, por tanto, podemos tomar uno como base y el otro como altura.*

## CUADRILÁTEROS

Un cuadrilátero es un polígono de cuatro lados. Sus cuatro ángulos suman  $360^\circ$ . Tienen dos diagonales.

Se clasifican de la siguiente forma:



Los cuadrados son rectángulos, porque tienen los cuatro ángulos rectos. Y también son rombos, porque tienen los cuatro lados iguales.  
 Las diagonales de un paralelogramo cualquiera se cortan en sus puntos medios. En el cuadrado y en el rombo, las diagonales son perpendiculares. En el cuadrado y en el rectángulo, las diagonales son iguales.

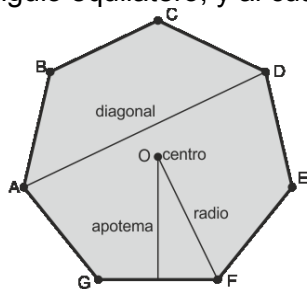
El **PERÍMETRO** de un cuadrilátero es la suma de las longitudes de sus cuatro lados.

El **ÁREA** de un cuadrilátero se obtiene:

$$A_{\text{cuadrado}} = l^2 \quad A_{\text{rectángulo}} = a \cdot b \quad A_{\text{rombo}} = \frac{D \cdot d}{2} \quad A_{\text{trapezio}} = \frac{(B + b) \cdot a}{2}$$

## POLÍGONOS REGULARES

Un polígono regular es el que tiene sus lados iguales y sus ángulos iguales. Al triángulo regular lo hemos llamado triángulo equilátero, y al cuadrilátero regular, cuadrado. Con más de cuatro lados:



**Apotema:** Segmento que une el centro con el punto medio de cada lado.  
**Radio:** Segmento que une el centro del polígono con cada vértice.

El **PERÍMETRO** de un polígono regular es la suma de las longitudes de todos sus lados.

El **ÁREA** de un polígono regular se obtiene:  $A = \frac{\text{perímetro} \cdot \text{apotema}}{2}$

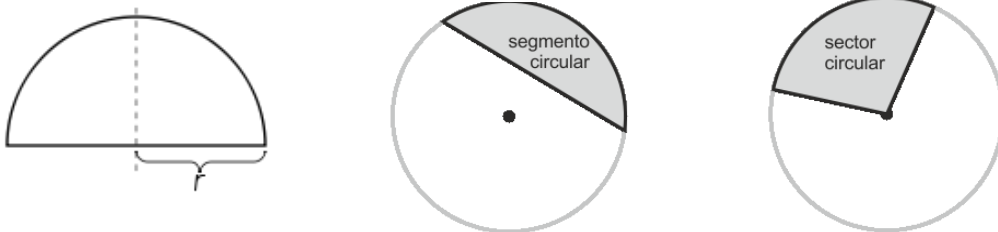
**(En un hexágono regular el lado es igual al radio)**

### CIRCUNFERENCIA

Una circunferencia es una línea cerrada y plana en la que todos sus puntos están situados a la misma distancia de otro punto llamado centro de la circunferencia.

Un círculo es una figura plana formada por todos los puntos interiores a una circunferencia.  
 (“la circunferencia es la línea y el círculo es el interior”)

*Semicírculo: Región del círculo limitada por un diámetro.*  
*Segmento circular: Región del círculo limitada por una cuerda y su arco.*  
*Sector circular: Región del círculo limitada por dos radios.*



El **PERÍMETRO** o **LONGITUD** de una circunferencia se obtiene:  $L = \pi \cdot d = 2 \cdot \pi \cdot r$

El **ÁREA** de un círculo se obtiene:  $A = \pi \cdot r^2$

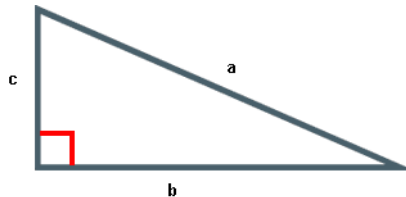
Longitud de un arco de circunferencia:  $L = 2\pi r \cdot \frac{n^\circ}{360^\circ}$  ( $n = \text{grados correspondientes al arco}$ )

Área de un sector circular:  $A = \pi r^2 \cdot \frac{n^\circ}{360^\circ}$  ( $n = \text{grados del sector}$ )

### TEOREMA DE PITÁGORAS

En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos:

$$a^2 = b^2 + c^2$$



- o Conociendo los dos catetos, calcular la hipotenusa:

Ejemplo: Los dos catetos de un triángulo rectángulo miden 3 cm y 4 cm. La hipotenusa será:

$$a^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 \rightarrow a = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

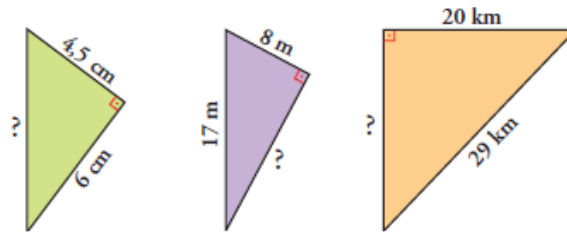
- o Conociendo la hipotenusa y un cateto, calcular el otro cateto:

Ejemplo: La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 17 m y uno de los catetos mide 15 m. El otro cateto será:

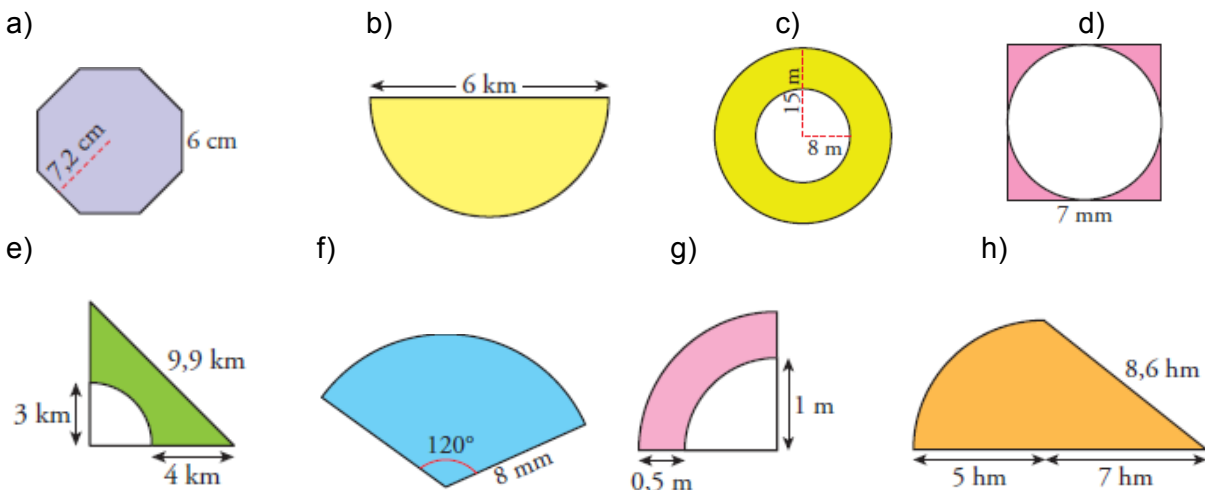
$$17^2 = 15^2 + c^2 \rightarrow 17^2 - 15^2 = c^2 \rightarrow 289 - 225 = c^2 \rightarrow 64 = c^2 \rightarrow c = \sqrt{64} = 8 \text{ cm}$$

*Hay muchas figuras planas en las que aparecen triángulos rectángulos. Eso nos permite relacionar obtener algunos elementos a partir de otros mediante el teorema de Pitágoras.*

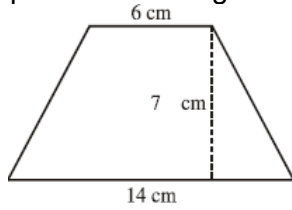
1. Calcula el lado desconocido en cada uno de estos triángulos rectángulos:



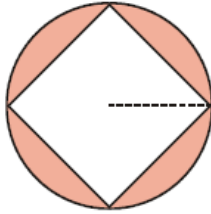
2. Las dimensiones de un rectángulo son 10 y 24 cm. Calcular la longitud de la diagonal.
3. El lado de un rombo mide 14 cm y una de sus diagonales, 20 cm. Calcular la longitud de la otra diagonal.
4. Calcular la altura de un trapecio rectángulo cuyas bases miden 43 y 28 metros, y el lado oblicuo, 25 m.
5. Hallar la altura de un triángulo equilátero de 12 cm de lado.
6. Hallar la apotema de un hexágono regular de 8 cm de lado.
7. En un octógono regular, el radio mide 13 cm, y la apotema, 12 cm. Hallar su perímetro.
8. En una circunferencia de 29 cm de radio, trazamos una cuerda de 40 cm. ¿Cuál es la distancia del centro de la circunferencia a la cuerda?
9. Halla la altura de un triángulo equilátero cuyo perímetro mide 45 cm.
10. Sofía apoya una escalera de 15 m sobre el borde de un muro. Si el pie de la escalera se encuentra apoyado a 12 m del muro, ¿cuántos metros de altura tiene el muro?
11. Un carpintero acaba de terminar un marco para un cuadro, pero no está seguro de que las esquinas formen un ángulo recto. Si las dimensiones de los lados son 63 cm y 84 cm, y la diagonal que forman es de 105 cm, ¿podrías decir si las esquinas del marco están en ángulo recto?
12. Un edificio de 18 m de altura proyecta una sombra sobre el suelo de 24 m. ¿Cuál es la distancia entre la parte superior del edificio y el punto hasta el que se prolonga la sombra en ese momento?
13. Calcula el área y el perímetro de cada una de las figuras coloreadas:



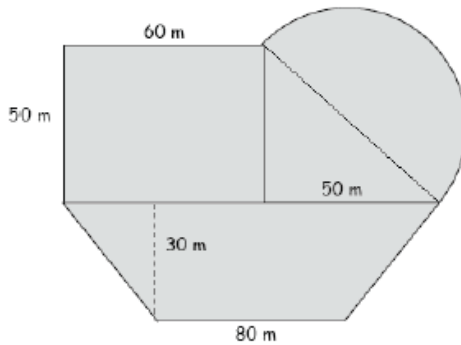
14. Calcula el área y el perímetro del siguiente trapecio:



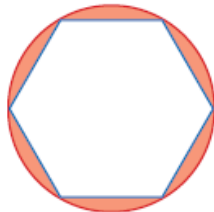
15. Calcula el área de la zona sombreada si el radio de la circunferencia mide 8 cm:



16. ¿Cuánto se obtendrá por la venta de este terreno si se paga a 100 € el m<sup>2</sup>?

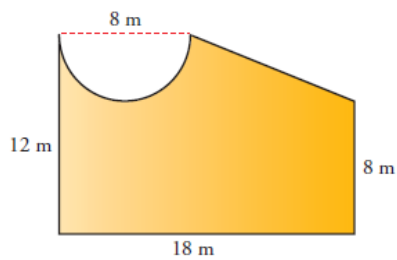


17. Un hexágono regular está inscrito en una circunferencia de 6 cm de radio. Calcular el área del recinto comprendido entre las dos figuras.

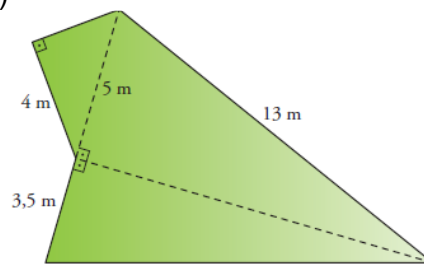


18. Calcula el perímetro y el área de estas figuras:

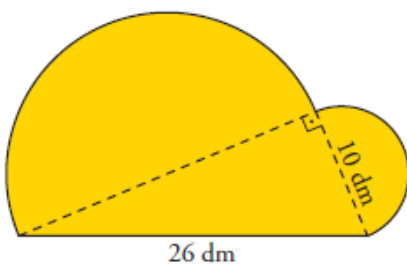
a)



b)



c)



d)

