

TEMA 11: AZAR Y PROBABILIDAD

SUCESOS ALEATORIOS

Un experimento es aleatorio cuando no se puede predecir el resultado que se va a obtener por muchas veces que lo repitamos.

El conjunto formado por todos los resultados posibles de un experimento aleatorio se llama espacio muestral.

Un suceso aleatorio es un subconjunto del espacio muestral. Se dice que es seguro cuando siempre ocurre e imposible cuando nunca ocurre.

Ejemplo 1:

Decide razonadamente cuáles de estos experimentos son aleatorios:

- Elegir sin mirar una carta de una baraja española para anotar su valor.
- Medir lo que se estira un muelle al colgar un peso.
- Pronosticar el resultado de un partido de fútbol.
- Introducir en el agua un objeto a ver si flota.

Solución:

- Si aleatorio, cualquier a de las cartas puede ser elegida.
- No aleatorio, el estiramiento viene dado por una ley de fuerzas.
- Si aleatorio, previamente no podemos saber el resultado final.
- No aleatorio, dependiendo de las propiedades del material con que este hecho el objeto, este flotará o no.

Ejemplo 2:

Considere el experimento lanzar un dado al aire. Calcula el espacio muestral de dicho experimento junto con los sucesos $A = \{\text{Salir par}\}$, $B = \{\text{Salir mayor que 5}\}$ y $C = \{\text{Salir menor o igual que 3}\}$.

Solución:

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A = \{2, 4, 6\}$$

$$B = \{6\}$$

$$C = \{1, 2, 3\}$$

EJERCICIOS

EJERCICIO 1 : Indica cuáles de los siguientes experimentos son aleatorios.

- Número de personas que suben a un autobús en una parada.
- Aplicar el teorema de Pitágoras en un triángulo rectángulo.
- Conocer el ganador de la Liga de Campeones.

d) Calcular la raíz cuadrada de un número.

EJERCICIO 2 : Se considera el experimento aleatorio consistente en sacar una bola de una urna en la que hay 9 bolas numeradas del 1 al 9. Determina:

- a) El espacio muestral.
- b) El suceso A “sacar un número par”.
- c) El suceso B “sacar un número mayor que 3”.

EJERCICIO 3 : Se lanza un dado cúbico. Indica los sucesos elementales que forman cada uno de estos sucesos.

- a) Sacar un múltiplo de 3.
- b) Sacar un número menor que 4.
- c) Sacar un 0.
- d) Sacar un número primo mayor que 3.
- e) Sacar un número menor que 7.

EJERCICIO 4 : Indica si estos experimentos son aleatorios y, en caso afirmativo, forma el espacio muestral.

- a) Se extrae, sin mirar, una carta de una baraja española.
- b) Se lanza un dado tetraédrico regular, cuyas caras están numeradas del 1 al 4, y anotamos el resultado de la cara oculta.
- c) Se mide la longitud del perímetro de un cuadrado de 4 centímetros de lado.

PROBABILIDAD DE UN SUCESO

La probabilidad de un suceso aleatorio es el grado de confianza que podemos tener en que ese suceso ocurra. Es un número comprendido entre 0 y 1. Cuanto más se aproxima dicho valor a 1, más probable es que el suceso ocurra.

La probabilidad de un suceso A se calcula utilizando la regla de Laplace:

$$P[A] = \frac{\text{n}^\circ \text{ de resultados favorables al suceso A}}{\text{n}^\circ \text{ total de resultados posibles}}$$

Ejemplo 1:

En una clase de 2.º de ESO hay 16 chicas y 14 chicos. Se escribe el nombre de cada uno de ellos en una tarjeta y se introducen en una caja las 30 tarjetas. A continuación, se extrae una tarjeta. Halla las siguientes probabilidades.

- La tarjeta extraída tiene el nombre de un chico.
- La tarjeta extraída tiene el nombre de una chica.

Solución:

$$\text{a) } P(\text{Chico}) = \frac{14}{30}$$

$$P(\text{Chica}) = \frac{16}{30}$$

Ejemplo 2:

En una caja de caramelos hay 10 de menta, 6 de fresa y 5 de anís. Se escoge un caramelo al azar. Halla las siguientes probabilidades.

- Que el caramelo sea de menta.
- Que el caramelo sea de fresa.
- Que el caramelo sea de anís.

Solución:

$$\text{a) } P(\text{Menta}) = \frac{10}{21}$$

$$P(\text{Fresa}) = \frac{6}{21}$$

$$P(\text{Anís}) = \frac{5}{21}$$

EJERCICIOS

EJERCICIO 1 : Determina la probabilidad de que al extraer al azar una carta de una baraja española:

- Sea un caballo.
- Sea una de espadas.
- No sea un caballo.
- No sea una de espadas.

EJERCICIO 2 : La probabilidad de que mañana llueva es $\frac{2}{7}$. ¿Cuál es la probabilidad de que mañana no llueva?

EJERCICIO 3 : Se lanza un dado octaédrico regular cuyas caras están numeradas del 1 al 8, y anotamos el número de la cara oculta. Si A “salir número múltiplo de 3”, B “salir número par” y C “salir número impar”, calcula la probabilidad de cada uno de los sucesos.

EJERCICIO 4 : De una caja con 20 bolas iguales, numeradas del 1 al 20, se saca una bola al azar. Escribe los sucesos siguientes asignándoles una probabilidad:

- Sacar un número par.
- Sacar un número primo.
- Sacar un número mayor que 8.
- Sacar un número múltiplo de 3 que sea mayor que 10.

EJERCICIO 5 : Lanzamos un dado formado por 20 caras pintadas de diferentes colores: 10 rojas, 5 azules, 3 verdes y 2 amarillas. Calcula la probabilidad de:

- Que salga cara roja.
- Que salga cara amarilla.
- Que no salga cara verde.
- Que salga cara verde.

EJERCICIO 6 : Lanzamos un dodecaedro con las caras numeradas del 1 al doce, ¿cuál es la probabilidad de que salga un número primo?

EJERCICIO 7 : ¿Cuál es la probabilidad de que salga un caballo al sacar una carta de una baraja? ¿Y si a la baraja le quitamos antes el palo de oros? ¿Y si le quitamos los reyes?

ESTRATEGIAS PARA EL CÁLCULO DE PROBABILIDADES

En ocasiones resulta un poco difícil de ver cuáles son los casos favorables a un suceso o incluso cuál es su espacio muestral. En estos casos disponemos de alguna herramienta que nos facilita su cálculo.

- Diagrama de árbol
- Reparto de la probabilidad en una ramificación
- Tablas de contingencia

Ejemplo 1:

En una clase con 32 estudiantes se pregunta que prefieren jugar, un partido de fútbol o uno de baloncesto. En la siguiente tabla se muestran los resultados:

Deporte/Estudiantes	Chicos	Chicas	TOTAL
Fútbol	15	3	18
Baloncesto	4	10	14
TOTAL	19	13	32

Elegimos al azar a un estudiante.

- a) ¿Qué probabilidad hay de que sea chico?
- b) ¿Qué probabilidad hay de que prefiera el baloncesto?
- c) ¿Qué probabilidad hay de que sea un chico al que le guste el fútbol?

Solución:

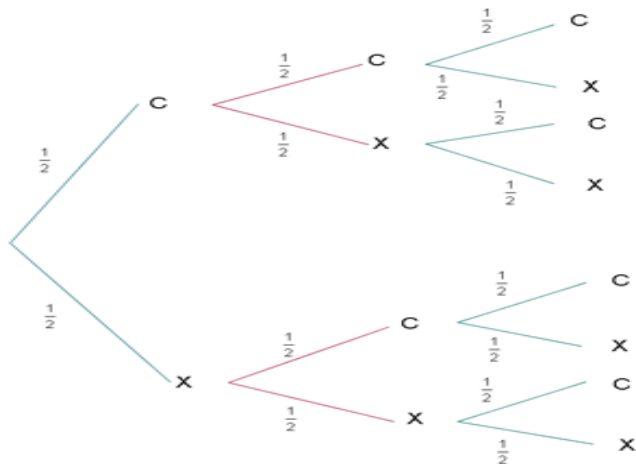
$$a) P(\text{chico}) = \frac{19}{32}, \quad b) P(\text{baloncesto}) = \frac{14}{32}, \quad c) P(\text{chico y fútbol}) = \frac{15}{32}.$$

Ejemplo 2:

Calcular la probabilidad de que al arrojar al aire tres monedas salgan 3 cruces.

Solución:

Observando el árbol vemos que hay un solo caso favorable de entre los posibles por lo que escribimos: $P(XXX) = \frac{1}{8}$.



EJERCICIOS

EJERCICIO 1 : Se tiran dos monedas al aire. Calcula la probabilidad de que salgan:

- a) Dos cruces
- b) Una cara y una cruz.

EJERCICIO 2 : En una empresa trabajan 40 hombres y 50 mujeres. De los hombres fuma el 20 % y de las mujeres un 16 %. Haz una tabla de contingencia y calcula la probabilidad de que elegido un empleado al azar:

- a) Sea una mujer fumadora.
- b) Sea un hombre que no fuma.

EJERCICIO 3 : En una clase hay doce chicas y 18 chicos. De las chicas, 3 usan gafas y hay 13 chicos que no usan gafas. Completa la siguiente tabla y calcula las probabilidades de que eligiendo a un alumno al azar:

- a) Sea un chico que use gafas.
- b) Sea una chica que no use gafas.

	Chicos	Chicas	TOTAL
Con gafas			
Sin gafas			
TOTAL			