

TEMA 2: LOS NÚMEROS ENTEROS

VALOR ABSOLUTO DE UN NÚMERO ENTERO

El valor absoluto de un número entero es la distancia, en unidades, que le separa del cero en la recta numérica.

Se escribe entre dos barras, $| |$, y es igual al número sin su signo.

$$|+b| = b \qquad |-a| = a$$

Ejemplo 1:

$$\text{a) } |+3| = 3 \qquad \text{b) } |-35| = 35 \qquad \text{c) } |-12| = 12 \qquad \text{d) } |+15| = 15$$

OPUESTO DE UN NÚMERO ENTERO

Decimos que dos números enteros distintos son opuestos si están situados a la misma distancia del cero.

$$Op(+a) = -a \qquad Op(-a) = +a$$

Ejemplo 2:

$$\text{a) } Op(+2) = -2 \qquad \text{b) } Op(-6) = 6 \qquad \text{c) } Op(-20) = 20 \qquad \text{d) } Op(Op(-5)) = -5$$

EJERCICIOS

1. Halla los siguientes opuestos y valores absolutos:

$$\text{a) } Op(-2) \qquad \text{b) } Op(-7) \qquad \text{c) } Op(+20) \qquad \text{d) } |-3| \qquad \text{e) } |-3|$$

2. Halla los siguientes opuestos y valores absolutos:

$$\text{a) } Op(Op(-12)) \qquad \text{b) } Op(Op(+12)) \qquad \text{c) } |Op(+12)| \qquad \text{d) } |Op(-12)| \qquad \text{e) } Op(|-12|)$$

3. Copia y completa con < o > en tu cuaderno:

$$\text{a) } Op(-3) _ |-4| \qquad \text{b) } -|-17| _ Op(+15) \qquad \text{c) } Op|-12| _ 11 \qquad \text{d) } -(Op(+15)) _ |-17|$$

$$\text{e) } |-10| _ Op(+11) \qquad \text{f) } -15 _ Op(Op(-14))$$

4. Ordena estos números de mayor a menor:

$$5 \ ; \ -|-5| \ ; \ Op(Op(-4)) \ ; \ Op(-3) \ ; \ Op(+7) \ ; \ -|-14| \ ; \ Op(-15)$$

$$Op|-9| \ ; \ -11 \ ; \ Op(+10)$$

SMA Y RESTA DE NÚMEROS ENTEROS

Para **sumar** dos números enteros **del mismo signo**, se suman sus valores absolutos y se pone el mismo signo de los números.

Para **sumar** dos números enteros de **distinto signo**, se restan sus valores absolutos y se pone el signo del número con mayor valor absoluto.

Ejemplos: $+2+5=+7$
 $-2+5=+3$

$$-2-5=-7$$

$$+2-5=-3$$

Para sumar varios números enteros, se suman los que llevan signo +, se suman los que llevan signo -, y finalmente se restan los dos resultados, poniendo el signo del de mayor valor absoluto.

Ejemplos:

a) $-3+10-5+2=12-8=4$
 $-4+5-7=5-11=-6$

b) $5-7-2=5-9=-4$

c)

Suma y resta de números enteros con paréntesis:

Se quitan los paréntesis teniendo en cuenta estas reglas:

$$+(+a)=+a \quad +(-a)=-a \quad -(+a)=-a \quad -(-a)=+a$$

Después, se sigue el proceso ya indicado.

Ejemplos:

a) $3-(-2)=3+2=5$

b) $+(-7)-(+2)=-7-2=-9$

c) $(-3)+(-4)-(+5)=-3-4-5=-12$

d) $3-(-5)-(+2)=3+5-2=6$

Cuando dentro de un paréntesis hay varios sumandos, primero hacemos las operaciones que hay entre paréntesis y después ya quitamos los paréntesis siguiendo las reglas anteriores

Ejemplo: $-(-6+4)+(+3-7)-(+2-10)=-(-2)+(-4)-(-8)=2-4+8=6$

EJERCICIOS

1. Resuelve las siguientes expresiones:

a) $3 - (5 - 7) - [4 + (-7) - 3] + 1$ b) $-[5 + (-12) + [5 - 9 + (-1)]]$
 c) $[4 - 9 - (-17)] - [12 - 4 + (-22)]$ d) $-[-12 - (-5)] + [4 - 12 + (-2)] + 1$

2. Halla la solución en cada caso:

a) $12 - [9 - (4 - 12) + 19] - 7$ b) $34 + [-(12 - 5) + (4 - 7)] + 6$
 c) $-22 - [-7 + (17 - 9)] + (13 - 8)$ d) $15 - [6 - (-2 - 9) + (14 - 3)] - 5$

3. Copia y completa con los números que faltan:

a) $-7 + _ = 5 - 8$ b) $-14 + _ = 3 + (-19)$
 c) $12 - (-3) = 20 + _$ d) $3 - 12 = 1 + (-_)$

4. Joan tiene un saldo en el banco de 235 euros y tiene que pagar tres facturas: una de 195 euros, otra de 73 euros y otra de 45 euros. ¿Qué saldo le quedará finalmente en la cuenta?.

PRODUCTO Y COCIENTE DE NÚMEROS ENTEROS

Para multiplicar o dividir números enteros, se multiplican o dividen los valores absolutos y se aplica la regla de los signos:

$(+) \cdot (+) = +$	$(+) : (+) = +$
$(+) \cdot (-) = -$	$(+) : (-) = -$
$(-) \cdot (+) = -$	$(-) : (+) = -$
$(-) \cdot (-) = +$	$(-) : (-) = +$

Ejemplos:

$(-5) \cdot (-2) = +10$ $(-5) \cdot (+2) = -10$ $18 : (-2) = -9$
 $(-15) : (-3) = 5$

EJERCICIOS

1. Resuelve las siguientes expresiones:

a) $12 \cdot (-3) : 4$ b) $(-24) : 3 \cdot (-6)$ c) $36 : (-4) \cdot 5$ d) $(-45) : (-5) : (-3)$
 e) $8 \cdot 4 \cdot (-3)$ f) $(-42) : (-7) \cdot 4$

2. Completa en tu cuaderno con el número entero que falta en cada caso:

a) $50 : _ = (-25)$ b) $_ \cdot (-12) = 96$ c) $_ : (-6) = (-15)$ d) $_ \cdot (-6) = 72$
 e) $(-140) : _ = (-28)$ f) $15 \cdot _ = (-105)$

3. Representa estas oraciones en forma de operación y resultado:

- Yo ahorro 100 euros todos los meses. ¿Cuánto dinero ahorro en un año?
- Yo me gasto 8 euros en comer cada día. ¿Cuánto me gasto en una semana?
- Cada fin de semana, gasto 9 euros en el cine. ¿Cuánto he ahorrado si no he ido los últimos cuatro fines de semana?

4. Úrsula tiene una cuenta bancaria que solo utiliza para pagar un préstamo. Cada mes, en su extracto aparece el dato -125 euros, que corresponde a los 125 euros que paga por su préstamo.

- a) ¿Cuánto variará su saldo después de pagar el préstamo durante un año?
 b) Si su saldo ha bajado 875 euros, ¿cuántos meses de préstamo ha pagado?.

POTENCIAS DE NÚMEROS ENTEROS

Cuando la base de la potencia es un número positivo, operamos igual que con los números naturales, quedando el resultado siempre un número positivo.

Si la base de la potencia es un número negativo, el resultado depende del signo del exponente:

Si el exponente es un número par, el resultado es positivo: $(-a)^{\text{par}} = +$

Si el exponente es un número impar, el resultado es negativo: $(-a)^{\text{impar}} = -$

Nota: No es lo mismo: $(-5)^2$ que -5^2

Ejemplos:

a) $2^3 = 8$ b) $(-2)^2 = +4$ c) $(-2)^3 = -8$ d) $(-3)^3 = -27$ e)
 $(-3)^2 = +9$

RAÍZ CUADRADA DE NÚMEROS ENTEROS

La raíz cuadrada de un número entero positivo tiene dos soluciones.
 La raíz cuadrada de un número negativo no es un número real.

Ejemplos:

a) $\sqrt{9} = 3$ y -3 b) $\sqrt{-9} \notin R$ c) $\sqrt{36} = 6$ y -6 d) $\sqrt{-36} \notin R$

EJERCICIOS

1. Calcula:

a) $(-2)^3$ b) -2^4 c) $(-2)^4$ d) $(-2)^5$ e) -2^3 f) -2^5 g) -2^6

2. Calcula las raíces cuadradas de estos números:

a) 16 b) -25 c) -4 d) 49 e) 81 f) -10000 g) -32 h) 100 i) 121

3. Expresa en forma de potencia única:

a) $3^5 \cdot 2^5$ b) $7^3 \cdot 3^3$ c) $12^7 : 4^7$ d) $32^2 : 16^2$

4. Escribe como potencia única de base positiva:

a) $(-2)^5 \cdot 6^5$ b) $(-2)^5 \cdot (-6)^5$ c) $(-12)^3 : (-6)^3$ d) $(-12)^3 : 6^3$

5. Escribe como potencia única de base positiva:

a) $8^2 \cdot (-3^2) \cdot 2^2 : 6^2$ b) $(-12)^5 : (-3)^5 \cdot 5^5 : 2^5$ c) $3^{10} \cdot (-4)^{10} : (-2)^{10} : (-3)^{10}$

6. Escribe como potencia única de base positiva:

a) $8^2 \cdot (-3^2) \cdot 2^2 : 6^2$ b) $(-12)^5 : (-3)^5 \cdot 5^5 : 2^5$ c) $3^{10} \cdot (-4)^{10} : (-2)^{10} : (-3)^{10}$

7. Escribe como potencia única de base positiva:

a) $3^5 \cdot 3^4 : (-3)^3$ b) $(-5)^6 : (-5)^4 \cdot 5^5$ c) $9^2 \cdot (-9)^7 : (-9)^5$

8. Escribe como potencia única de base positiva:

a) $2^5 \cdot (-2)^3 : 2^5 \cdot ((-2)^3)^2$ b) $(-5)^9 : (-5)^3 : (5^2 \cdot (-5)^3)^2$ c) $((-3)^5)^3 : (-3^3)^2 \cdot 3^2$

9. Calcula las siguientes potencias:

a) $(-3)^2$ b) 3^2 c) -3^2 d) $(-3)^0$ e) -3^0 f) 3^0

10. Reduce a una sola potencia de base positiva:

a) $3^4 \cdot (-3) : (-3)^2$ b) $(-5)^5 : (-5)^3 : 5^2$ c) $((-2)^4 : 2^4) \cdot (-2)^3$ d) $(3^4 : (-3)^3)^5 \cdot (-3)$

OPERACIONES COMBINADAS CON NÚMEROS ENTEROS

El orden que debemos seguir es:

- Realizamos las operaciones que hay dentro de los paréntesis
- Realizamos las potencias y raíces que aparezcan
- Resolvemos las multiplicaciones y divisiones en el orden en el que aparecen.
- Calculamos las sumas y las restas también de izquierda a derecha.

EJERCICIOS

1. Resuelve, teniendo en cuenta la jerarquía de operaciones:

a) $7 - (5 - 8) + 3 - 4 \cdot 2$ b) $5 - 13 + (5 - 7 + 1) \cdot (-3)$
 c) $2 \cdot (-5) + 3 \cdot (-2)$ d) $5 \cdot 3 + (-2) \cdot 4$

2. Resuelve, teniendo en cuenta la jerarquía de operaciones:

a) $13 - 4 \cdot (-3)^2$ b) $-7 - 3 \cdot (-5) + 4 - 3 \cdot (-5)$
 c) $5^2 \cdot 2 + (-2)^3 \cdot 3$ d) $12 - 15 : (-3) + (-4) \cdot 5$

3. Resuelve estas operaciones combinadas:

a) $4 \cdot (-3) + (-2)^5 : 4 - 7$ b) $-12 + (-2)^3 \cdot \sqrt{9} - (-5)$
 c) $7 + \sqrt{16} \cdot (-3) - 5 + 3^2$ d) $(-3)^3 - (-5) \cdot \sqrt{36} + 5 \cdot (-3)$

4. Halla los resultados en cada caso:

a) $1 - 4 \cdot (3 - (-2)^2) + 5$ b) $-(4 - 7) + 7^2 - 24 : (-\sqrt{64})$
 c) $4 - 5^2 : (2 - 7) + \sqrt{16}$ d) $(-3)^2 + 5 \cdot (3^2 - 4^2) - \sqrt{25}$

5. Calcula:

a) $3 - [(-2)^3 - 4 \cdot (-5)] - (-\sqrt{49})$ b) $15 + [18 : (-6) - 4 \cdot \sqrt{4}] + (-3)^3$
 c) $-12 + [5 + 18 : (-3^2)] + \sqrt{25}$ d) $[12 - 4 \cdot (-2)^4] : (-2) + 15$

6. Calcula:

a) $5 - [3 \cdot (3^2 - 4 \cdot \sqrt{25}) - 12] + 8 : (-\sqrt{16})$
 b) $6 \cdot (-3) + [12 + 7 \cdot (-\sqrt{9} - 2) - 3] + 2^0$
 c) $3 - [5 - (-4)] - [(4 - 2) \cdot \sqrt{81}]$
 d) $-10 + [(6 - 3 \cdot 5) \cdot (-1) - (-2)^2 : 4 + 3]$

7. Calcula las siguientes operaciones:

- a) $-\sqrt{81} - (12 - 20) : (-2)^2 + 5 \cdot (7 - 10)$
 b) $-21 + (25 - 9) : (8 - 12) + \sqrt{121}$
 c) $-(8 - 3 \cdot 2^2) + (5 - 7)^3 : (-\sqrt{4})$
 d) $25 - \sqrt{144} \cdot (7 - 9) + (3 - 6)^3$

8. Calcula las siguientes operaciones:

- a) $3 - [4 - (5 - 7)^2 \cdot 3 + (-\sqrt{9})] \cdot 2 + 1$
 b) $8 : (-\sqrt{16}) - [4 - (5 - 7)^2 + 1] \cdot (3 - 6)$
 c) $[(16 - 24) : 2^3] \cdot [12 - 3 \cdot (-2)^2] - 5$
 d) $-32 - [4 \cdot (3 - \sqrt{9}) - 5] + (4 - 9)^2$

9. Alicia abre una cuenta en el banco e ingresa en ella 125 euros cada mes. Si en este momento tiene 875 euros en la cuenta, indica mediante una expresión matemática las siguientes situaciones:

- a) Los meses que lleva la cuenta activa.
 b) El dinero que tenía hace tres meses.

10. Gerardo tiene en la cuenta 255 euros. Realiza un ingreso de 125 euros y le cargan un recibo de 78 euros. Después, realiza dos compras que tienen ambas el mismo importe. Si, finalmente, el saldo de la cuenta es de -18 euros, ¿cuál ha sido el precio de esas compras?

11. Las temperaturas en cinco localidades del Pirineo en pleno invierno son las siguientes: -13°C -17°C -20°C -16°C -14°C .

Calcula la temperatura media.