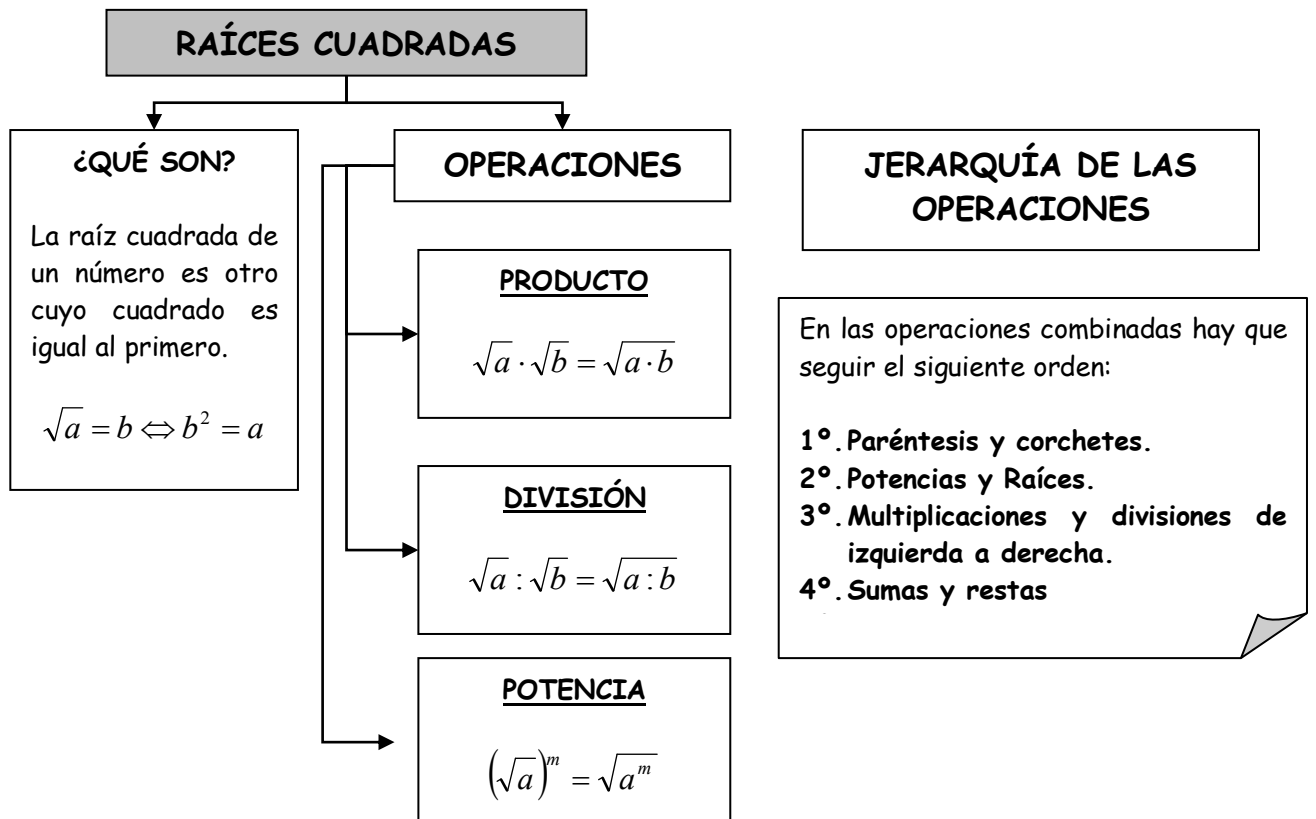
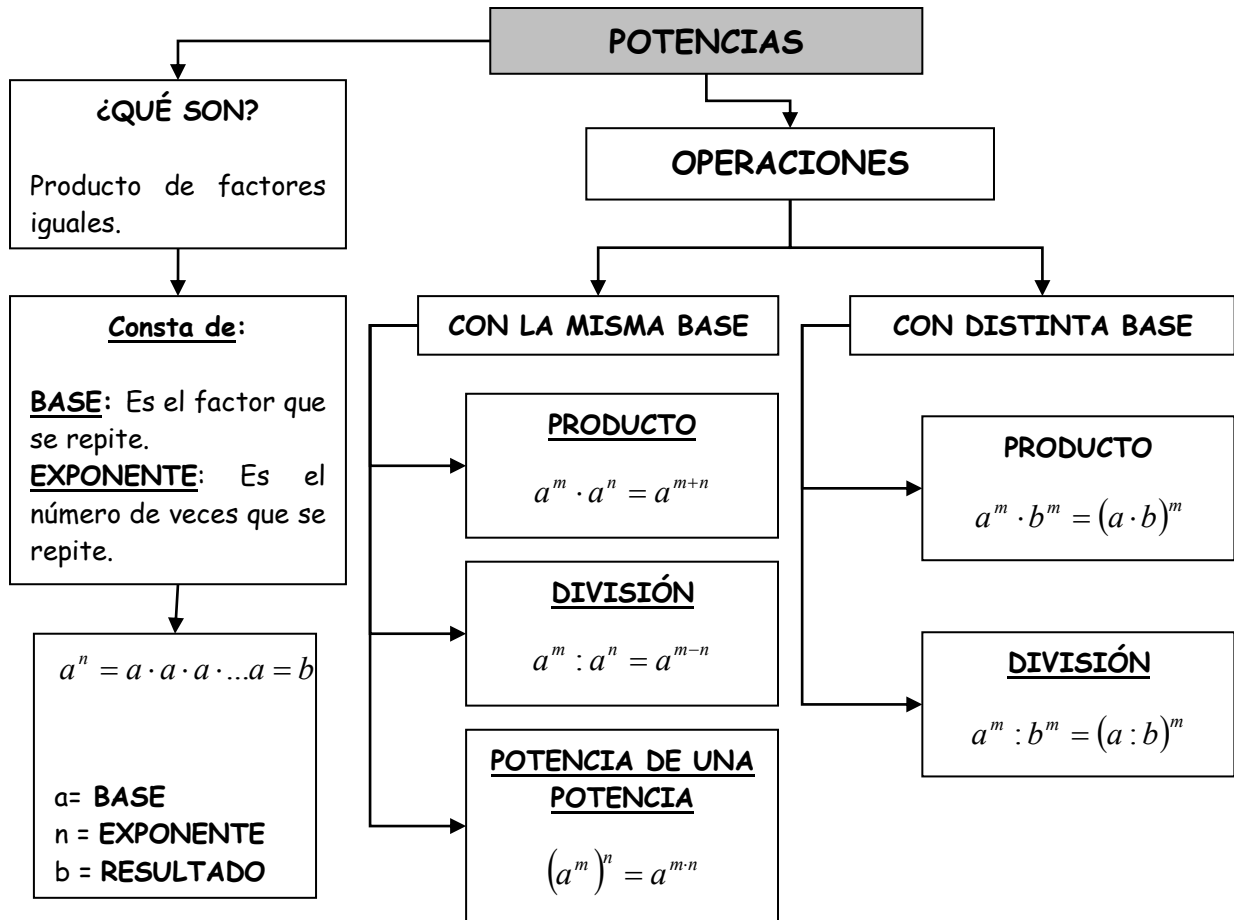


TEMA 2: POTENCIAS Y RAÍCES DE NÚMEROS NATURALES





POTENCIAS DE NÚMEROS NATURALES

Una potencia es una forma abreviada de escribir una multiplicación de factores iguales.

$$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a \quad (n \text{ veces})$$

a → Se llama **base** y es el factor que se repite

n → Se llama **exponente** e indica el número de veces que se repite la base.

Una potencia de exponente 1 es igual a la base → $a^1 = a$

Una potencia de exponente 0 es igual a 1 → $a^0 = 1$

Si no hay exponente es porque es 1 El exponente 1 no se pone

Ejemplos:

3^2 : La **base** es 3 y el **exponente** es 2.

5^7 : La **base** es 5 y el exponente es 7

3^2 : tres al cuadrado = $3 \cdot 3 = 9$

5^3 : cinco al cubo = $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$

8^4 : ocho a la cuarta = $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = 4096$

6^5 : seis a la quinta = $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 46656$

$$9^0 = 1 \qquad 5 = 5^1$$

Potencias de base 10. Descomposición polinómica de un número

Una **potencia de base 10 y exponente un número natural** es igual a la unidad seguida de tantos ceros como indica su exponente.

Ejemplos: $10^5 = 100000$ $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^6$

La **descomposición polinómica de un número** es igual a la suma de los productos de sus cifras por la potencia de base 10 correspondiente a su orden.

Ejemplo:

$$5064209 = 5 \cdot 1000000 + 6 \cdot 100000 + 4 \cdot 10000 + 2 \cdot 1000 + 9 = 5 \cdot 10^6 + 6 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 9$$

Operaciones con potencias

Producto de potencias de la misma base: Para multiplicar dos o más potencias de la misma base, se mantiene la misma base y se suman los exponentes.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \qquad 2^3 \cdot 2^5 = 2^8$$

Cociente de potencias de la misma base: Para dividir dos o más potencias de la misma base, se mantiene la misma base y se restan los exponentes.

$$a^m : a^n = a^{m-n} \qquad 2^8 : 2^3 = 2^5$$



Potencia de una potencia: Para elevar una potencia a otra potencia, se mantiene la misma base y se multiplican los exponentes.

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n} \qquad (2^4)^3 = 2^{12}$$

Potencia de un producto: Es igual al producto de las potencias de sus factores.

$$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m \qquad (7 \cdot 2)^3 = 7^3 \cdot 2^3$$

Potencia de un cociente: Es igual al cociente de las potencias del dividendo y el divisor.

$$(a : b)^m = a^m : b^m \qquad (7 : 2)^3 = 7^3 : 2^3$$

Por tanto:

En un producto o en una división de potencias, si la base o el exponente coinciden, debemos operar con el término que es diferente.

Ejemplos:

$$7^3 \cdot 7^6 = 7^9 \qquad 8^6 : 8^3 = 8^3 \qquad 5^8 \cdot 2^8 = 10^8 \qquad 9^4 : 3^4 = 3^4$$

RAÍZ CUADRADA DE UN NÚMERO NATURAL

La **raíz cuadrada exacta** de un número **a** es otro número **b** tal que, al elevarlo al cuadrado, obtenemos el número **a**.

$\sqrt{a} = b$ cuando $b^2 = a$ ($\sqrt{\quad}$ es el símbolo de la raíz, **a** es el radicando, y decimos que **b** es la raíz cuadrada de a)

Ejemplos: $\sqrt{81} = 9$ porque $9^2 = 81$ $\sqrt{64} = 8$ porque $8^2 = 64$

Los números con raíz cuadrada exacta son **cuadrados perfectos**.

Si el radicando no es un cuadrado perfecto, la raíz cuadrada es **entera**.

Ejemplos: $\sqrt{100} = 10$ exacta $\sqrt{39} = 6$ entera

Operaciones combinadas

En las operaciones combinadas, hemos de atender:

1. Primero, a los paréntesis
2. Después, se calculan las potencias y las raíces
3. Posteriormente, las multiplicaciones y las divisiones (en el orden que van apareciendo)
4. Por último, las sumas y las restas (en el orden que van apareciendo)



POTENCIAS Y RAÍCES DE NÚMEROS NATURALES

1. Indica cuáles son los términos de las siguientes potencias:

- 8^4 : La base es y el exponente es 13^6 : La base es y el exponente es
- 7^5 : La es 7 y el es 5. 12^0 : La es 12 y el es 0.
- 4^9 : 2^7 :

2. Calcula las siguientes potencias:

- a) 3^2 b) 0^5 c) 5^3 d) 7^3 e) 7^1 f) 6^0 g) 8^4 h) 1^{10}
- i) 9^2 j) 2^5 k) 6^3 l) 1^7 m) 7^0 n) 3^4 ñ) 10^6 o) 10^3

3. Expresa en forma de potencia cada producto:

- a) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ b) $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$ c) $15 \cdot 15$

4. Expresa el resultado con una sola potencia:

- a) $2^7 \cdot 2^4$ b) $4^6 \cdot 4^4 \cdot 4^3$ c) $3^7 : 3^2$ d) $7^3 : 7$ e) $10^6 : 10^6$
- f) $(2^3)^4$ g) $(7^4)^0$ h) $2^3 \cdot 5^3$ i) $8^5 : 4^5$ j) $123^{11} : 123^5 : 123^6$

5. En una habitación de un museo hay tres paredes con tres cuadros en cada una de ellas y en cada cuadro aparecen tres personas con tres flores cada una. ¿Cuántas flores habrá en total? Expresa el resultado como potencia y calcúlalo.

6. Calcula el área de un cuadrado de lado 5 cm.

7. Calcula la raíz cuadrada (exacta o entera) de los siguientes números naturales:

- a) $\sqrt{36}$ b) $\sqrt{64}$ c) $\sqrt{75}$ d) $\sqrt{1}$ e) $\sqrt{81}$ f) $\sqrt{105}$ g) $\sqrt{121}$ h) $\sqrt{150}$

8. Sabiendo que el área de un cuadrado mide 400 cm^2 , ¿cuánto medirá su lado?

9. Javier es un coleccionista de sellos. Tiene ya 81 y quiere colocarlos en una vitrina formando un cuadrado, ¿cuántos sellos debe colocar en cada lado?

10. Escribe como una sola potencia:

- a) $2^4 \cdot 2^6 : 2^7$ b) $3^5 : 3^3 \cdot 3^2$ c) $5^7 \cdot 2^7 \cdot 3^7$ d) $16^3 : 4^3 : 2^3$
- e) $(2^3)^2 \cdot 2^4$ f) $(3^4)^3 : 3^8$ g) $6^8 : (6^4)^2$ h) $(3^5)^2 \cdot (3^2)^4$
- i) $(10^8)^8 : 10^{44}$ j) $(9^{15} \cdot 9^5) : (9^6 : 9^3)$ k) $3^9 : [(3^2)^5 : 3^7] \cdot 3^3$ l) $21^5 : 7^5 \cdot 2^5$

11. Reduce estas expresiones:

- a) $3 \cdot (3 \cdot 5)^3$ b) $(7^7 : 7^4) \cdot (7 \cdot 3)^5$ c) $4^5 \cdot (4^6 : 4^4) \cdot (5 \cdot 4)^5 : 5^5$ d) $(2 \cdot 9)^{12} : (9 \cdot 2)^5 \cdot 9^7$
 e) $(2^5 \cdot 2^3) : 2^4$ f) $(5^2)^3 \cdot 5^3$ g) $6^3 \cdot 6^8 : 6^6$ h) $(3^9)^2 : (3^2)^5$
 i) $3^5 \cdot (3^{10} : 3^8)$ j) $\frac{7^{10} \cdot 7^4}{7^6}$ k) $9^4 \cdot 9^3 \cdot (9^2)^7$ l) $\frac{4^{20} : 4^{14}}{4^3 \cdot 4^2}$ m) $(3^8 \cdot 3^2)^5$
 n) $2^3 \cdot 5^3 \cdot 7^3$ ñ) $9^{10} \cdot 2^{10} : 18^3$ o) $\frac{10^8}{2^8}$ p) $\frac{49^8}{7^8} \cdot 2^8$

12. Expresa como una sola potencia:

- a) $2^4 \cdot 8^3$ b) $3^7 \cdot 27^4$ c) $5^6 : 125^2$ d) $49^3 \cdot 7^5$

13. Calcula e intenta memorizar los resultados:

- a) 0^2 b) 1^2 c) 2^2 d) 3^2 e) 4^2 f) 5^2 g) 6^2
 h) 7^2 i) 8^2 j) 9^2 k) 10^2 l) 11^2 m) 12^2 n) 13^2
 ñ) 14^2 o) 15^2 p) 16^2 q) 17^2 r) 18^2 s) 19^2 t) 20^2
 u) 30^2 v) 40^2 w) 50^2 x) 60^2 y) 70^2 z) 80^2 A) 90^2 B) 100^2

14. Calcula las siguientes raíces, indicando si son exactas o enteras:

- a) $\sqrt{25}$ b) $\sqrt{49}$ c) $\sqrt{0}$ d) $\sqrt{40}$ e) $\sqrt{50}$ f) $\sqrt{900}$
 g) $\sqrt{31}$ h) $\sqrt{16}$ i) $\sqrt{2500}$ j) $\sqrt{75}$ k) $\sqrt{9}$ l) $\sqrt{225}$
 m) $\sqrt{117}$ n) $\sqrt{144}$ ñ) $\sqrt{97}$ o) $\sqrt{130}$ p) $\sqrt{100}$ q) $\sqrt{169}$

15. En un parque hay cinco lagos con cinco patos en cada lago. ¿Cuántos patos habrá en total? Expresa el resultado como potencia y calcúlalo.

16. Pedro tiene seis bolsillos con seis llaveros en cada uno y en cada llavero hay seis llaves. ¿Cuántas llaves tiene Pedro? Expresa el resultado como potencia y calcúlalo.

17. Calcula el área de un cuadrado de lado 8 cm.

18. Sabiendo que el lado de un cuadrado mide 12 cm, ¿cuánto medirá su área?

19. Sabiendo que el área de un cuadrado mide 400 cm^2 , ¿cuánto medirá su lado?



20. Tengo 100 monedas y quiero colocarlas formando un cuadrado, ¿cuántas monedas debo colocar en cada lado?

21. Realiza las siguientes operaciones:

a) $2 \cdot 3^2 + 5^2 - 6$ b) $4^2 - (2^3 + 1)$ c) $3^2 + 5(8 - 6)$ d) $2^3(\sqrt{25} - 2 - 1)$

e) $\sqrt{64} + 4(11 - 5)$ f) $\sqrt{81} : \sqrt{9} - (\sqrt{16} - \sqrt{4})$ g) $20 - 18 : 2 + 4 \cdot \sqrt{121}$

h) $10 - (4 + 2)^2 : \sqrt{16} + 5 \cdot (7 - 4) + 2^3 =$ i) $\sqrt{16} + \sqrt{25} : (2^3 - 3)$

j) $7^2 : (\sqrt{36} + 1) - 2^2$ k) $4^2 - 5 : (4 + 5^0)$ l) $10 - 6^2 : \sqrt{16} + 5 \cdot (7 - 4) - 2^3$

m) $2 + 4 \cdot 9 - 2^3 \cdot 3$ n) $(12 + \sqrt{9}) : \sqrt{25}$ ñ) $(\sqrt{49} - 4) + (1 + \sqrt{25}) \cdot \sqrt{4}$

o) $(\sqrt{81} + 3 \cdot 2) : 5 + 7^0$ p) $9 - \sqrt{9} \cdot 2 + 3(\sqrt{16} : 4 - 1)$ q) $2^5 : [(\sqrt{81} - 3^2) + 4^2]$