TEMA 6: ECUACIONES Y SISTEMAS

1. ECUACIONES

ECUACIONES DE PRIMER GRADO

Una **ecuación de primer grado o lineal,** es una igualdad entre dos expresiones algebraicas, que, tras reducirla, su grado es uno, y que es cierta solo para determinados valores de las incógnitas.

3x - 5 ·(x+2) = 4x -1 ecuación lineal con una incógnita
3x - 4y = 7y - 3 ecuación de primer grado con dos incógnitas

Posibles soluciones de una ecuación lineal con una incógnita:

- **Una única solución**, x=3
- **Infinitas soluciones** (en cuyo caso se trata de una identidad. Al despejar la x llegaremos a una expresión del tipo 0=0, lo que significa que se cumple la igualdad para cualquier valor de x)
- **No tiene solución** (al despejar la x sale algo absurdo como 3 = 5)

1- **Asocia cada enunciado con la ecuación que lo expresa algebraicamente:**

1) La tercera parte de un número es igual a su cuarta parte más una unidad.
2) La edad de Andrés es el triple que la de su hermana, y entre los dos suman 8 años.
3) Un rectángulo es 3 metros más largo que ancho, y su perímetro mide 26 metros.
4) He pagado 2 € por tres lapiceros y un bolígrafo. Pero el bolígrafo cuesta el doble que un lapicero.
5) Un ciclista ha recorrido la distancia desde A hasta B a la velocidad de 15 km/h. Si hubiera ido a 10 km/h, habría tardado una hora más.

a) x + 3x = 8   b) x + (x + 3) + x + (x + 3) =26   c) x + x + x + 2x = 2

d) $\frac{x}{3} = \frac{x}{4} + 1$ e) $\frac{x}{10} = \frac{x}{15} + 1$

2- Encuentra alguna solución por tanteo, de las siguientes ecuaciones:

a) 7x =35   b) 4x -12 = 0   c) 2x - 4 = 6   d) $x^2 + 1 = 26$

e) $\frac{3x-4}{2} = 1$ f) $\frac{10}{2x-3} = 2$ g) $\sqrt{3x+1} = 5$

3. Asocia cada ecuación con sus soluciones.

a) 4·(x - 5)= 20   b) $\frac{4x+60}{8} = -x$ c) $2x^2 + 6x - 20 = 0$ d) $\frac{x+3}{4} - \frac{x}{5} = \frac{3}{5}$

x=2   x= - 5   x = 10

RESOLUCIÓN GENERAL DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCOGNITA

Para resolver una ecuación de primer grado con una incógnita, debemos despejar la incógnita siguiendo los siguientes pasos, en el orden que se indica:

1º Operamos para quitar los paréntesis
(Recuerda: si el signo que precede al paréntesis es + los signos interiores no cambian, pero **cuidado**, si es – cambian todos los signos interiores).

2º Operamos para eliminar los denominadores.
(Para ello usamos el mcm de todos los denominadores de ambos miembros)

3º Reducimos los términos semejantes

4º Transponemos términos usando la regla de la suma, es decir, lo que está sumando pasa restando, y lo que está restando pasa sumando al otro miembro de la ecuación. Debes dejar todos los términos con incógnita en el mismo miembro, y los números en el otro usando esta regla.

5º Aplicamos la regla de producto para despejar la incógnita, es decir, lo que está multiplicando pasa dividiendo, o lo que está dividiendo pasa multiplicando.

6º Comprobar la solución obtenida en la ecuación inicial.

Ejemplo 1: **2x + 3 = 4x – 6 · (x - 4) – 5**

1º Suprimimos paréntesis: 2x + 3 = 4x - 6x + 24 - 5
2º Reducimos términos semejantes: 2x +3 = - 2x - 19
3º Transponemos términos sumando o restando, y reducimos:
2x+ 2x = 19 - 3
4x = 16

4º Usamos la regla del producto: $x = \frac{16}{4}$; $\boxed{\mathbf{x = 4}}$

5º Comprobación:
$\mathbf{2} \cdot (\mathbf{4}) + \mathbf{3} = 8 + 3 = 11$
$\mathbf{4} \cdot (\mathbf{4}) - \mathbf{6} \cdot (\mathbf{4} - \mathbf{4}) - \mathbf{5} = 16 - 6 \cdot 0 - 5 = 16 - 5 = 11$

Ejemplo 2: $\mathbf{\frac{x}{3} + x - \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{3}\right) = \frac{3}{2}}$

1º Eliminamos paréntesis: $\frac{x}{3} + x - \frac{1}{2} + \frac{x}{3} = \frac{3}{2}$

2º Quitamos denominadores: $\frac{2x}{6} + \frac{6x}{6} - \frac{3}{6} + \frac{2x}{6} = \frac{9}{6}$; $\frac{2x+6x-3+2x}{\cancel{6}} = \frac{9}{\cancel{6}}$;
2x + 6x - 3+ 2x= 9

3º Reducimos términos semejantes: 10x – 3 = 9
4º Transponemos: 10x = 9 +3; 10x= 12
5º Aplicamos la regla del producto: $x = \frac{12}{10}$; $\boxed{\boldsymbol{x = \frac{6}{5}}}$

Por último, comprobar**.**

EJERCICIOS

1-Resuelve las siguientes ecuaciones sencillas:

a) x + 3= 8 b) 5 + x= - 7 c) -x +4= -2 d) 3x=24

e) -8x =40 f) $\frac{3x}{5}=15$ g) 3x + 4= 5x -4 h) 9 - 3x = 4x – 12

i) $\frac{x}{4}-6=-2$ j) $3x-36=-\frac{2}{5}x$ k) $-\frac{x}{3}-x=-x-21$

2- Calcula la solución de las siguientes ecuaciones con paréntesis:

a) 2·(x+5) = 4x + 4 b) 3·(2x + 2) = 6·(1+ 3x)

c) 4·(x - 5)= - 6·(2 - x) – 4 d) 11(x – 2)= -3 (x – 7) + 3 (5x + 9)

e) (2 – 3x) - (2x – 1) + 4x = 7 – (3x – 2) f) – 2x + (-3 – 2x) + (3x +3) = 2+ (2x – 5) + (x + 3)

g) – (4x – 5) + 3x= (4 - x) – (2x + 5) h) 3·(3x - 2) - 4= 2·(3x - 5) – 4·(2x - 3)

3- Encuentra la solución de las siguientes ecuaciones con denominadores:

a) $\frac{x}{3}+1=3$ b) $\frac{x}{3}-\frac{3}{2}=2$ c)$x-\frac{6}{5}=-\frac{3}{4}$

d)$\frac{x}{2}+\frac{3}{4}=\frac{6x}{8}-1$ e) $\frac{x+6}{2}=x+5$ f) $-2x-\frac{x+2}{3}=-2$

g) $\frac{x+1}{2}-1=\frac{x+3}{4}-\frac{x+4}{5}$ h) $3+5\cdot\frac{2x-1}{4}-\frac{2}{3}=x+\frac{2x}{3}$ i) $-3\cdot\frac{x+1}{2}=2x$

j) $\frac{3x-1}{15}+\frac{x-4}{5}=\frac{x+4}{3}-2$ k) $\frac{x+3}{8}+1-\frac{x-3}{10}-\frac{x-5}{4}=0$ l) $-3\cdot\frac{x-2}{3}-\frac{4-x}{6}=\frac{2x}{9}+2$

m) $\frac{6-x}{5}+\frac{3x-1}{6}-\frac{2x+3}{4}=\frac{1}{12}$ n) $x-2-\frac{5x+7}{6}=\frac{10-4x}{9}$ ñ) $\frac{9x-1}{12}+\frac{6x+6}{8}-\frac{3x}{10}=\frac{16}{15}$

4- Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado:

a) $\frac{x}{6}=-(x-2)$ b) $x+\left(\frac{3}{2}-3x\right)=-2$ c) $\frac{x}{4}-4\cdot\left(\frac{x}{3}+\frac{1}{4}\right)=-\frac{4}{3}$

d) $\frac{2(3x+7)}{5}+\frac{5(x-3)}{2}=-1$ e) $\frac{3(4x+1)}{7}-\frac{6(x-3)}{5}=3$ f) $3(2x-4)+\frac{5x+1}{6}=\frac{1}{4}$

h) $3\cdot\frac{2x-8}{4}-2(6-4x)=\frac{5}{2}$ i) $3\cdot\frac{5x-1}{2}-7\cdot\frac{3x-4}{3}=\frac{1}{6}-11\cdot\frac{x-1}{6}$

j) $2\cdot\frac{x+3}{5}+\frac{3(x-6)}{2}=\frac{2}{5}+10\cdot\frac{2x+1}{6}$

ECUACIONES DE 2º GRADO

Una **ecuación de segundo grado** es una igualdad algebraica, que tras reducirla contiene términos de grado dos.

La <u>FORMA GENERAL</u> de expresar una ecuación de segundo grado con una incógnita es:

$$\boldsymbol{ax^2+bx+c=0},\ \text{donde a} \neq 0 \text{ y a, b, c son los coeficientes}$$

Las <u>soluciones</u> de una ecuación se 2º grado completa, se obtienen mediante la fórmula:

$$\boldsymbol{x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}}$$

El número de soluciones depende del signo de $\boldsymbol{b^2-4ac}$, que se llama **Discriminante:**

- *si* $b^2-4ac<0$*, la ecuación no tiene solución.*
- *si* $b^2-4ac=0$*, la ecuación tiene una solución* $\boldsymbol{x=-\frac{b}{2a}}$
- *si* $b^2-4ac>0$*, la ecuación tiene dos soluciones* $\boldsymbol{x_1=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}}$; $\boldsymbol{x_2=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}}$

<u>*Ejemplo 1:*</u> Resolver la ecuación de segundo grado **6x + x ·(x - 13) = 18**

1º Llevamos la ecuación a su forma general: $6x + x^2 - 13x = 18$

$$\boldsymbol{x^2 - 7x -18= 0}$$

2º Identificamos los coeficientes: *a= 1, b = -7, c = -18*

3º Aplicamos la fórmula y resolvemos:

$$\boldsymbol{x=\frac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4\cdot1\cdot(-18)}}{2\cdot1}=\frac{7\pm\sqrt{49+72}}{2}=\frac{7\pm\sqrt{121}}{2}=\begin{cases}x=\frac{7+11}{2}=\frac{18}{2}=9\\ x=\frac{7-11}{2}=\frac{-4}{2}=-2\end{cases}}$$

Por último, debemos comprobar, en la ecuación inicial, que las soluciones obtenidas la cumplen.

Para x= 9 ; 6·9 + 9·(9 – 13) = 54 + 9 · (-4)= 54 – 36 = 18

Para x= -2; 6·(-2) + (-2)·(-2 -13) = -12 + (-2)· (-15)= -12 + 30 = 18

EJERCICIOS

1- Resuelva las siguientes ecuaciones de segundo grado completas, previamente usa el discriminante para decidir el número de soluciones de cada una de ellas:

a) $2x^2 - 4x – 6-= 0$	b) $x^2 - 2x +1 = 0$	c) $2x^2 +2x +1 =0$
d) $-2x^2 - x + 3 = 0$	e) $9 = 8x + x^2$	f) $- x^2 = - 3x + 10$
g) $- 4x^2 = 7 -7x$	h) $x^2-\frac{7}{6}x+\frac{1}{3}=0$	i) $(2x+3)^2 = 0$
i) $3·(x - 5)^2 = 27$	k) $(2x - 5)·(2x - 3) = 0$	l) $6x + x (x-13) =18$
m) $x^2 – (x+ 1)^2 = 2 - x^2$	n) $3x· (x + 4) = x^2 + 5x - 3$	ñ) $3(2-x)+x(x-3)=13$
o) $(4x – 8) · (6x – 3) = 0$	p) $x^2 + x = - 6$	q) $3x·(2x-5)-7(x+3)=-41$
r) $\boldsymbol{\frac{2x(x-3)}{3}-\frac{x(7-x)}{4}=\frac{2-x}{6}}$		

RESOLUCION DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO INCOMPLETAS

Una **ecuación de segundo grado incompleta** es aquella a la que le falta algún término. Esto ocurre, cuando alguno de los coeficientes b o c son cero.

$3x^2 – 11= 0$ $\qquad\qquad$ $- x^2 +13x = 0$

Y aunque la fórmula también se puede utilizar en estos casos, dando al coeficiente que no está el valor cero, es más práctico y rápido usar otros métodos de resolución.

1º CASO: Ecuaciones del tipo $\boldsymbol{ax^2+c=0}$, $\text{donde a, c} \neq 0 \text{ y } b=0$

Se n despejando x directamente: $\boldsymbol{ax^2=-c \rightarrow x^2=-\frac{c}{a} \rightarrow x=\pm\sqrt{-\frac{c}{a}}}$

Soluciones: o no tiene solución si lo de dentro de la raíz es negativo, o tiene dos soluciones opuestas**.**

<u>Ejemplo:</u> *$5x^2- 20=0$; $5x^2=20$; $x^2=\frac{20}{5}$; $x=\pm\sqrt{4}=\pm 2$,*
Luego tiene dos soluciones opuestas: +2 y -2

2º CASO: Ecuaciones del tipo $\boldsymbol{ax^2+bx=0}$, $\text{donde a, b} \neq 0 \text{ y } c=0$

Se resuelven extrayendo factor común: $\boldsymbol{x\cdot(ax+b)=0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ ax+b=0 \rightarrow x=-\frac{b}{a} \end{cases}}$

En este caso, siempre una de las soluciones es x=0.

<u>Ejemplo:</u> *$3x^2-15x=0$; $3x\cdot(x – 5)=0 \rightarrow \begin{cases} 3x=0 \rightarrow x=0 \\ x-5=0 \rightarrow x=5 \end{cases}$*

EJERCICIOS

1- Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado incompletas, según el método que corresponda.

a) $3x^2 – 27 = 0$ $\qquad$ b) $2x^2 = 32$ $\qquad$ c) $x^2 + x = 0$

d) $x^2 – (x – 1)= 1$ $\qquad$ e) $1 = 9x^2$ $\qquad$ f) $–(x^2 – 3) = x+3$

g) $(2x + 3)\cdot(2x - 3) = 0$ $\qquad$ h) $5x\cdot(x + 4) =0$ $\qquad$ i) $4x^2 + 2 = 0$

j) $4x^2 – 3x = 2x^2 + 7x$ $\qquad$ k) $6x^2 - 3x = 3(7x^2 -4x)$ $\qquad$ l)$(3x -1)^2= - (3x-1)(3x+1)$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON ECUACIONES

Para resolver un problema de ecuaciones debes seguir los siguientes pasos:

1- Leer y comprender el enunciado.
2- Identificar la incógnita, que representaremos con una letra, x. (Si hay dos o más datos desconocidos estarán relacionados: un número y su triple…)
3- Traducimos el enunciado a lenguaje algebraico, y extraemos los datos relacionándolos con la incógnita x. Puedes ayudarte de un dibujo, de una tabla…
4- Planteamos la ecuación y la resolvemos.
5- Interpretamos el resultado y comprobamos.

Ejemplo 1:

Pedro tiene 14 años y su hermana Elisa 3, ¿Cuántos años han de transcurrir para que la edad de Pedro sea el doble que la de su hermana?

Incógnita: Llamamos x a los años que deben transcurrir.

Datos:
- La edad de Pedro dentro de x años será = 14+x
- La edad de Elisa dentro de x años será = 3 +x

Planteamos la ecuación: $14 + x = 2\cdot(3 + x)$

Resolvemos:
$14 + x = 6 + 2x$
$14 - 6 = 2x - x$
8 años = x

Interpretación: Deben transcurrir 8 años, entonces Pedro tendrá 14 +8 =22 años, y Elisa 3 + 8 = 11 años.

Y efectivamente, cuando pasen 8 años, Pedro tendrá el doble de años que su hermana**.**

EJERCICIOS

1- ¿Qué edad tiene Ana sabiendo que dentro de 24 años tendrá el triple de los que tiene ahora?

2- Si al doble de un número le restamos 13, obtenemos 91. ¿Cuál es el número?

3- Marta ha salido 5 días de vacaciones. Sabiendo que en total se ha gastado 130€, y que cada día se gasta 3€ más que el día anterior, ¿Cuánto gastó el primer día?

4- Tres amigos han trabajado en una obra, cobrando según las horas trabajadas. Andrés ha trabajado dos horas más que Carol, y Mario el doble que los otros dos juntos. Si en total ha trabajado 48 horas, ¿Cuántas horas han trabajado cada uno? Si por una hora de trabajo cobran 20€, ¿Cuánto cobrará cada uno?

5- El perímetro de un triángulo isósceles es 34 cm y el lado desigual mide 2 cm menos que cada uno de los lados iguales. Calcula la medida de cada uno de los lados.

6- Un bolígrafo cuesta 25 céntimos más que un lapicero. He gastado 3€ en 3 lapiceros y 2 bolígrafos. ¿Cuál es el precio de cada uno?

7- La tercera parte de un número es 45 unidades menor que su doble, ¿Cuál es el número?

8- Marisa tiene 43 años y tres hijos. El pequeño tiene dos años menos que el mediano y este, tres años menos que el mayor. Calcula sus edades sabiendo que dentro de tres años la suma de las edades de los tres hijos será igual a la edad que tendrá la madre.

9- En un examen tipo test se dan 5 puntos por cada respuesta correcta y quitan 3 puntos por cada fallo. Sonia ha contestado a 25 preguntas y lleva 69 puntos ¿Cuántas ha acertado?

10- Si al triple de mi edad se le resta el quíntuplo de la que tenía hace 12 años obtendrás mi edad actual. ¿Cuántos años tengo?

11- Carla tiene 3 años más que su amiga María, y 4 menos que su amigo Francisco, ¿Cuántos años tiene cada uno sabiendo que el año que viene, entre los tres, sumarán medio siglo?

12- Calcula las dimensiones de un rectángulo sabiendo que la base es el triple de la altura y que su perímetro es 96 cm.

13- Marta sale de casa con una cierta cantidad de dinero. Se gasta la mitad en ropa, la cuarta parte en una cafetería y la quinta parte en el cine. Si ha vuelto a casa con 2 €. ¿Con cuánto dinero salió?

14- Dos números suman 20. Si dividimos el mayor entre el menor, el cociente es 5 y el resto es dos. ¿Qué números son?

15- Un viajero realiza un trayecto en tres días. El primer día recorre la tercera parte del camino, el segundo día recorre la quinta parte de lo que le quedaba, y el último día recorre 16 km. ¿Qué distancia recorrió en total?

16- De un depósito de agua lleno se extrae la mitad de su contenido, y después, un tercio del resto. En el recipiente quedan 200 litros. Calcula la capacidad del depósito.

17- En un campo de fútbol el ancho mide 30m mas que de ancho, y el área es $10800m^2$. Averigua las dimensiones del campo de fútbol.

18- La suma de los cuadrados de dos números consecutivos es 113. Halla de qué números se trata.

19- El producto de dos números naturales es 176, y el primero es 5 unidades menor que el segundo, halla dichos números.

20- La superficie de una colchoneta de gimnasia es de $84m^2$. El largo es el doble de ancho mas dos metros. Calcula las dimensiones de la colchoneta.

21- La zona de aterrizaje de un helipuerto es circular. Si se aumenta el radio del circulo 10m, el área del círculo se cuadriplica. ¿Cuál es el área de la zona de aterrizaje inicial?

22- En un rectángulo, la base mide el doble que la altura. Si la base midiera 3 cm menos y la altura 3 cm más, el rectángulo se transformaría en un cuadrado de 81 cm^2 de área. Calcula las dimensiones del rectángulo.

2. SISTEMAS DE ECUACIONES

Un **sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas** es un par de ecuaciones de primer grado de la forma: $\begin{cases} ax+by=c \\ dx+ey=f \end{cases}$ donde a, b, c, d son coeficientes, x e y variables o incógnitas.

Una **solución** del sistema será un par de números (x, y) que verifiquen las dos ecuaciones a la vez.

Ejemplo: $\begin{cases} 3x-y=7 \\ 2x+5y=16 \end{cases}$; (x=3, y=2) es solución pues: $\begin{cases} 3\cdot 3-2=7 \\ 2\cdot 3+5\cdot 2=16 \end{cases}$

(x=4, y= 5) no es solución pues: $\begin{cases} 3\cdot 4-5=7 \\ 2\cdot 4+5\cdot 5\neq 16 \end{cases}$

EJERCICIOS

1- Indica si las soluciones propuestas son o no solución de los siguientes sistemas:

$a)\begin{cases} x+y=57 \\ x-y=33 \end{cases} \quad (x=45, y=12)$

$b)\begin{cases} 2x+y=4 \\ x-\frac{2}{3}y=\frac{1}{2} \end{cases} \quad (x=3, y=-2)$

MÉTODOS DE RESOLUCION DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

MÉTODO DE SUSTITUCIÓN: $\begin{cases} 4x+3y=1 \\ 3x-2y=5 \end{cases}$

1- Elegimos una de las dos ecuaciones, por ejemplo la primera, 4x+3y=1 y despejamos una de las incógnitas, la y por ejemplo, $y=\frac{1-4x}{3}$

2- Sustituimos la y en la otra ecuación por la expresión obtenida: 3x -2y = 5

$$3x-2\cdot\left(\frac{1-4x}{3}\right)=5$$

3- Resolvemos la ecuación de primer grado con una incógnita que se obtiene:

$$3x-2\cdot\left(\frac{1-4x}{3}\right)=5;\ 3x-\frac{2-8x}{3}=5;\ \frac{9x}{3}-\frac{2-8x}{3}=\frac{15}{3};$$

9x- (2 – 8x)=15; 9x -2 + 8x=15 ; 17x – 2= 15; 17x = 17; $x=\frac{17}{17}=1$, **x=1**

4- Sustituimos el valor de la incógnita obtenida en, la primera ecuación que despejamos**:**

$y=\frac{1-4x}{3}$; $y=\frac{1-4\cdot 1}{3}=\frac{1-4}{3}=\frac{-3}{3}=-1$; **y= -1**

5- Por último, comprobamos: $\begin{cases} 4\cdot 1+3\cdot(-1)=1 \\ 3\cdot 1-2\cdot(-1)=5 \end{cases}$, luego la solución es **(1, -1)**

EJERCICIOS

1- Resuelve los siguientes sistemas por el método de sustitución:

$a)\begin{cases} x-3y=9 \\ 4x-3y=18 \end{cases}$ $b)\begin{cases} 2x-3y=-1 \\ 5x-7y=-1 \end{cases}$ $c)\begin{cases} 5x+y=4 \\ 9x-8y=17 \end{cases}$

$d)\begin{cases} 2(1-x)-4(3y-2)=22 \\ -5x+7y=-7 \end{cases}$ $e)\begin{cases} \frac{2x-3}{2}-\frac{6y+3}{6}=-2 \\ -9x+2y=11 \end{cases}$ $f)\begin{cases} \frac{2(6x-4)}{4}+\frac{3(y-1)}{6}=0 \\ 3(2x-y)-(6x+3y)=6 \end{cases}$

MÉTODO DE IGUALACIÓN: $\begin{cases} 4x+3y=1 \\ 3x-2y=5 \end{cases}$

1- Elegimos una de las dos incógnitas, por ejemplo la y, y la despejamos en las dos ecuaciones: $\begin{cases} 4x+3y=1 \rightarrow y=\frac{1-4x}{3} \\ 3x-2y=5 \rightarrow y=\frac{5-3x}{-2} \end{cases}$

2- Dado que las dos ecuaciones obtenidas tienen el primer miembro igual, eso significa que los segundos miembros son iguales: $\frac{1-4x}{3}=\frac{5-3x}{-2}$

3- Resolvemos la ecuación de primer grado con una incógnita que se obtiene:

$\frac{1-4x}{3}=\frac{5-3x}{-2}$; (- 2)·(1- 4x)= 3·(5 – 3x); - 2 + 8x = 15 – 9x; 17x=17; **x=1**

4- Sustituimos el valor de la incógnita obtenida en una de las primeras ecuaciones despejadas al principio para obtener la y**:**

$y=\frac{1-4x}{3}$; $y=\frac{1-4\cdot 1}{3}=\frac{1-4}{3}=\frac{-3}{3}=-1$; **y= -1**

5- Por último, comprobamos.

EJERCICIOS

1- Resuelve los siguientes sistemas por el método de igualación:

$a)\begin{cases} x+2y=6 \\ x-2y=2 \end{cases}$ $b)\begin{cases} 7x-2y=32 \\ 2x-7y=-23 \end{cases}$ $c)\begin{cases} 2x-15=3(y+2) \\ 7(x-4)=-1-5y \end{cases}$ $d)\begin{cases} -4x+3y=\dfrac{90+7x}{2} \\ 10x-6y=-78-2x \end{cases}$

MÉTODO DE REDUCCIÓN: $\begin{cases} 4x+3y=1 \\ 3x-2y=5 \end{cases}$

1- Multiplicamos o dividimos cada ecuación por un número, con el fin de conseguir que en una de las incógnitas aparezca el mismo coeficiente con distinto signo.

$$\begin{cases} 4x+3y=1, la\ multiplico\ por\ (-3) \rightarrow -12x-9y=-3 \\ 3x-2y=5, la\ multiplico\ por\ 4 \quad \rightarrow \quad 12x-8y=20 \end{cases}$$

2- Sumamos las ecuaciones obtenidas:

$$\begin{array}{r} -12x-9y=-3 \\ +\quad 12x-8y=20 \\ \hline -17y\ =17 \end{array}$$

3. Resolvemos la ecuación de primer gado sencilla que resulta: -17y =17; **y= -1**

4. Calculamos la otra incógnita sustituyendo el valor obtenido en una de las ecuaciones iniciales del sistema: 4x + 3y = 1; 4x +3·(-1)=1; 4x – 3 =1; 4x =4; **x= 1**

5. Comprobamos.

EJERCICIOS

1- Resuelve los siguientes sistemas por el método de reducción:

$a)\begin{cases} 3x-4y=5 \\ -2x+3y=-3 \end{cases}$ $\quad b)\begin{cases} 6x-25y=-1 \\ 8x-5y=27 \end{cases}$ $\quad c)\begin{cases} x-2y=3 \\ 2x-4y=6 \end{cases}$

$d)\begin{cases} 5(2x-1)-3(3y+2)=-1 \\ -4x+7y=-4 \end{cases}$ $\quad e)\begin{cases} \dfrac{x-3}{2}-\dfrac{y+1}{6}=-2 \\ -9x+2y=1 \end{cases}$ $\quad f)\begin{cases} 2\dfrac{(3x-1)}{3}+3\dfrac{4y+1}{4}=\dfrac{1}{12} \\ 3(2x-y)-5(x+4y)=6 \end{cases}$

MÉTODO GRÁFICO: $\begin{cases} 3x+2y=7 \\ 4x-3y=-2 \end{cases}$

1- Despejamos la incógnita y en las dos ecuaciones:

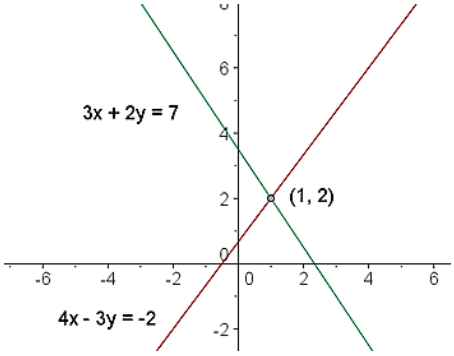
$$\begin{cases} 3x+2y=7 \rightarrow y=\dfrac{7-3x}{2} \\ 4x-3y=-2 \rightarrow y=\dfrac{-2-4x}{-3}=\dfrac{2+4x}{3} \end{cases}$$

2- Elaboramos una tabla de valores para cada una de ellas. Vamos dando valores a la x y calculando el correspondiente de y. *(Es conveniente calcular al menos 3 puntos de cada tabla)*

x	$\boldsymbol{y=\dfrac{7-3x}{2}}$
-1	5
2	1/2
3	-1

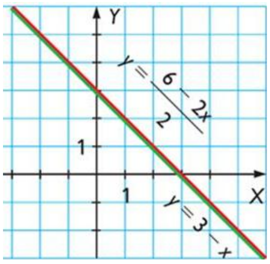
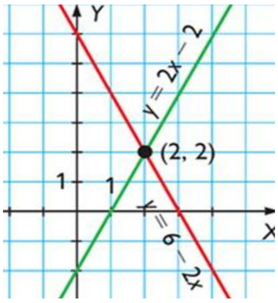
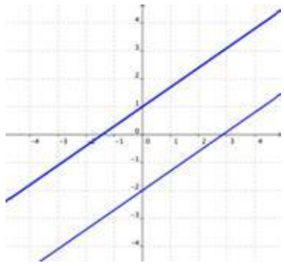
x	$\boldsymbol{y=\dfrac{2+4x}{3}}$
-2	-2
0	2/3
4	6

3- Representamos gráficamente los puntos de cada una de las tablas y los unimos trazando dos rectas.



4- Observaras que, en este caso las dos rectas se cortan en un único punto el (1, 2). Las *coordenadas de ese punto son la solución de ese sistema, es decir:* ***x= 1, y= 2***

- La posición de las rectas nos indica el número de soluciones que tiene el sistema:

Infinitas soluciones Rectas coincidentes	**Única solucion** Rectas secantes	**Sin solucíónn** Rectas paralelas
		

EJERCICIO

1- Resuelve los siguientes sistemas gráficamente:

$a)\begin{cases} 4x+3y=5 \\ 5x-3y=13 \end{cases}$ $b)\begin{cases} 2x+4y=1 \\ x+2y=6 \end{cases}$ $c)\begin{cases} 5x+2y=11 \\ 3x-3y=-6 \end{cases}$ $d)\begin{cases} 3x-3y=6 \\ -2x+2y=4 \end{cases}$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON SISTEMAS DE ECUACIONES

1- Leemos y comprendemos el enunciado del problema, identificando las incógnitas y los datos, buscando las relaciones entre ellas. Puedes ayudarte de dibujos, tablas, esquemas…
2- Expresamos los datos en lenguaje algebraico, planteando el correspondiente sistema de ecuaciones.
3- Resolvemos el sistema.
4- Comprobamos el resultado.

Ejemplo:
Se tiene aceite de oliva de 3€/l y aceite de girasol de 2€/l. se desea obtener 1200€ de mezcla a un precio de 2,6 €/l. ¿Cuántos litros de ambos tipos de aceite hay que mezclar?

1º) x = litros de aceite de oliva
y = litros de aceite de girasol

2º) Litros totales de la mezcla, x + y =1200 litros
Coste total de la mezcla, 3x + 2y =1200·2,6 = 3120 €

Sistema será: $\begin{cases} x + y = 1200 \\ 3x + 2y = 3120 \end{cases}$

3º) Resolvemos, por ejemplo, por sustitución: y = 1200 – x
3x + 2·(1200 – x) = 3120
3x + 2400 - 2x = 3120
x = 3120 -2400
x = 720 litros, y = 1200 – 720 = 480 litros

4º) Comprobamos: 720 + 480 =1200€ , y 3·720 + 2·480 = 3120
Luego debemos mezclar 720 litros de aceite de oliva con 480 litros de aceite de girasol.

EJERCICIOS

1- La suma de dos números es 14, añadiendo uno al mayor se obtiene el doble del menor ¿Cuáles son los dos números?

2- La suma de dos números es 12 y la mitad de uno de ellos el doble del otro. ¿Qué números son?

3- El doble de un número más la mitad de otro suman 7; y, si sumamos 7 al primero de ellos, obtenemos el quíntuplo del otro. Plantea un sistema de ecuaciones y resuélvelo para hallar dichos números.

4- Ana tiene el triple de edad que su hijo Jaime. Dentro de 15 años, la edad de Ana será el doble que la de su hijo. ¿Cuántos años más que Jaime tiene su madre?

5- Un número excede en 12 unidades a otro; y si restáramos 4 unidades a cada uno de ellos, entonces el primero sería igual al doble del segundo. Plantea un sistema y resuélvelo para hallar los dos números.

6- Pablo y Alicia llevan entre los dos 160 €. Si Alicia le da 10 € a Pablo, ambos tendrán la misma cantidad. ¿Cuánto dinero lleva cada uno?

7- Hallar la medida de los lados de un rectángulo cuyo perímetro es 24 y cuyo lado mayor mide el triple que su lado menor.

8- El perímetro de un rectángulo es de 22 cm, y sabemos que su base es 5 cm más larga que su altura. Plantea un sistema de ecuaciones y resuélvelo para hallar las dimensiones del rectángulo.

9- Hemos comprado 3 canicas de cristal y 2 de acero por 1,45€ y, ayer, 2 de cristal y 5 de acero por 1,7€. Determinar el precio de una canica de cristal y de una de acero.

10- Hemos mezclado dos tipos de líquido; el primero de 0,94 €/litro, y el segundo, de 0,86 €/litro, obteniendo 40 litros de mezcla a 0,89 €/litro. ¿Cuántos litros hemos puesto de cada clase?

11- Un avión dispone de 32 asientos en clase A y de 50 asientos en clase B cuya venta supone un total de 14.600€. Sin embargo, sólo sea han vendido 10 asientos en clase A y 40 en clase B, obteniendo un total de 7.000€. ¿Cuál es precio de un asiento en cada clase?

12- Averiguar el número de animales de una granja sabiendo que:

- La suma de patos y vacas es 132 y la de sus patas es 402.
- Se necesitan 200kg al día para alimentar a las gallinas y a los gallos. Se tiene un gallo por cada 6 gallinas y se sabe que una gallina come una media de 500g, el doble que un gallo.
- Se piensa que la sexta parte de los conejos escapan al comedero de las vacas, lo que supone el triple de animales en dicho comedero.

13- En un examen tipo test, las preguntas correctas suman un punto y las incorrectas restan medio punto. En total hay 100 preguntas y no se admiten respuestas en blanco (hay que contestar todas). La nota de un alumno es 8.05 sobre 10. Calcular el número de preguntas que contestó correcta e incorrectamente.

14- En un concierto benéfico se venden todas las entradas y se recaudan 23 mil euros. Los precios de las entradas son 50 euros las normales y 300 euros las vip. Calcular el número de entradas vendidas de cada tipo si el aforo del establecimiento es de 160 personas.

15- hace tres años, David tenía la cuarta parte de la edad de su madre. El año que viene, la edad de la madre será el triple de la de David. Halla sus edades actuales.