



## TEMA 9. RECTAS Y ÁNGULOS

### RECTAS EN EL PLANO

Rectas      Semirrectas  
Segmento      Mediatriz de un segmento

#### TIPOS DE RECTAS:

- Secantes
  - Secantes perpendiculares
- Paralelas

Plano      Semiplano

### ÁNGULOS

Ángulos según su abertura:  
Recto, agudo, obtuso, llano,  
completo, cóncavo,

Ángulos según su posición:  
Consecutivos, adyacentes,  
complementarios, suplementarios,

Ángulos obtenidos al cortar dos rectas paralelas por otra recta

Bisectriz de un ángulo

Medida de ángulos

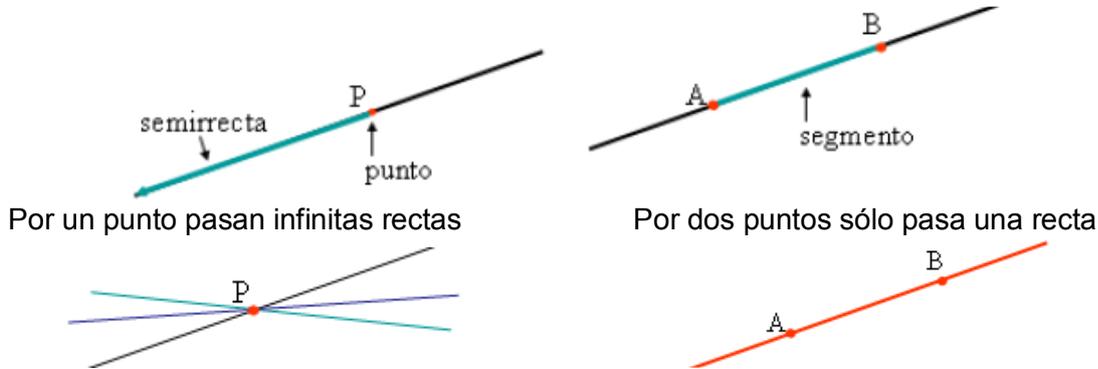
Operaciones

Ángulos en los polígonos

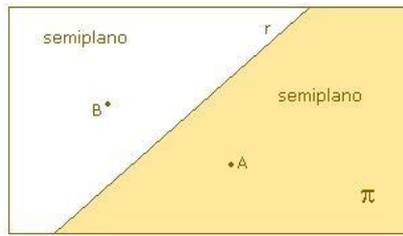
Ángulos en la circunferencia

## RECTAS Y ÁNGULOS

Una **RECTA** es una línea (de puntos) que no tiene ni principio ni final. Un punto divide a una recta en 2 **SEMIRRECTAS**. (Por tanto, una semirrecta es una recta que tiene principio (origen), pero no tiene fin). Un **SEGMENTO** es un trozo de recta comprendido entre dos puntos.



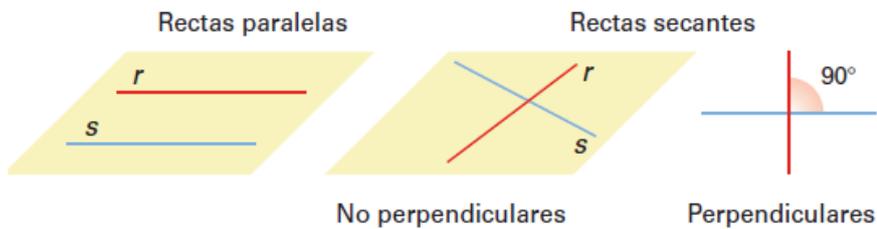
Un **PLANO** es una superficie llana ilimitada en cualquier dirección. Una recta divide al plano en dos partes; cada una de ellas es un **SEMIPLANO**.



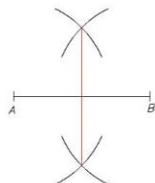
### TIPOS DE RECTAS:

Dos rectas que se encuentran en un mismo plano pueden ser:

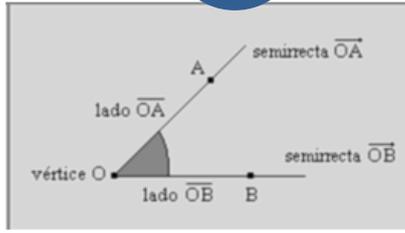
- **Secantes:** Se cortan en un punto.
  - o **Secantes perpendiculares:** Se cortan en un punto, formando 4 ángulos rectos ( $90^\circ$ )
- **Paralelas:** nunca se cortan, no tienen ningún punto en común. La distancia entre dos puntos cualesquiera de las rectas es siempre la misma.



**MEDIATRIZ DE UN SEGMENTO:** es la recta perpendicular al segmento en su punto medio. Por tanto, los puntos de la mediatriz equidistan (están a igual distancia) de los extremos del segmento.

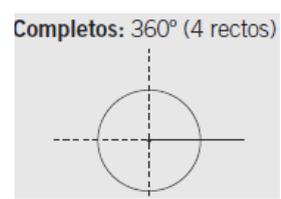
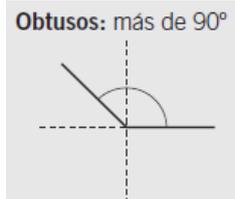
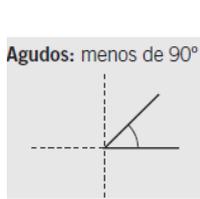
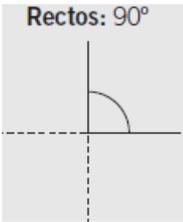


Un **ÁNGULO** es la región del plano comprendida entre dos semirrectas con origen común. A las semirrectas se les llama *lados* y al origen común *vértice*, y se suelen designar con letras mayúsculas y un arco encima  $\widehat{AOB}$ .



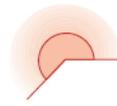
La unidad de amplitud es el grado sexagesimal ( $^\circ$ ). Corresponde al ángulo que se obtiene al dividir un círculo, trazando sus radios, en 360 partes iguales.

**ÁNGULOS SEGÚN SU ABERTURA:**



Angulo convexo

Angulo cóncavo

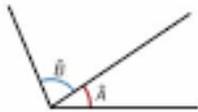


Menor que un ángulo llano.

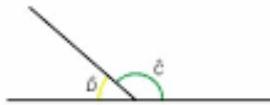
Mayor que un ángulo llano.

**ÁNGULOS SEGÚN SU POSICIÓN:**

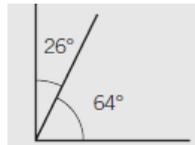
Dos ángulos son **consecutivos** cuando tienen el mismo vértice y un lado común.



Son ángulos **adyacentes** los consecutivos que tienen sus lados no comunes sobre la misma recta.



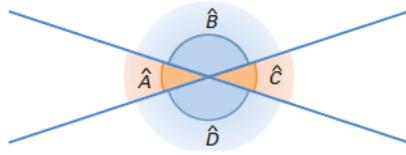
Dos ángulos son **complementarios** si su suma es un ángulo recto.



Dos ángulos son **suplementarios** si su suma es un ángulo llano.

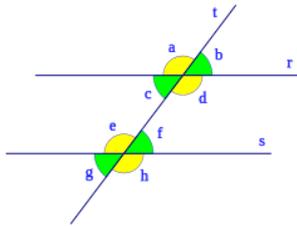


Dos rectas secantes, al cortarse, determinan cuatro ángulos iguales dos a dos. A cada par de ángulos iguales los llamamos ángulos **opuestos por el vértice**. Es decir, los lados de cada uno son semirrectas opuestas a los del otro.



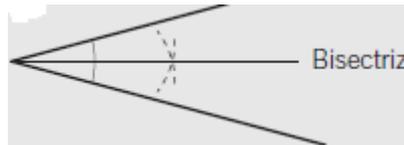
**ÁNGULOS QUE SE FORMAN CUANDO UNA RECTA CORTA A OTRAS DOS RECTAS PARALELAS ENTRE SÍ:**

Al cortar las dos rectas r y s, que son paralelas, por otra recta, t, se obtienen 8 ángulos, muchos de los cuales son iguales entre sí por tener sus lados paralelos.



- $\hat{a} = \hat{d}$     $\hat{b} = \hat{c}$     $\hat{f} = \hat{g}$     $\hat{e} = \hat{h}$  por ser opuestos por el vértice.
- $\hat{b} = \hat{f}$     $\hat{d} = \hat{h}$     $\hat{a} = \hat{e}$     $\hat{c} = \hat{g}$  por ser correspondientes (están en la misma posición respecto a las rectas r y s)
- $\hat{b} = \hat{g}$     $\hat{a} = \hat{h}$  por ser alternos externos (están a distintos lados de la recta t y en la zona exterior de las dos paralelas)
- $\hat{d} = \hat{e}$     $\hat{c} = \hat{f}$  por ser alternos internos (están a distintos lados de la recta t y en la zona interior de las dos paralelas)

**BISECTRIZ DE UN ÁNGULO:** Es la recta que pasa por el vértice y lo divide en dos partes iguales. Los puntos de la bisectriz equidistan (están a la misma distancia) de los lados del ángulo.



**MEDIDA DE ÁNGULOS**

Un ángulo puede medirse en grados, minutos y segundos.  $1^\circ = 60'$     $1' = 60''$

Para pasar un ángulo dado en forma compleja (varias unidades) a incompleja (una única unidad), tendremos en cuenta:

- Para pasar de grados a minutos, se multiplica por 60.
- Para pasar de minutos a segundos, se multiplica por 60.
- Para pasar de grados a segundos, se multiplica por 3600

Ejemplo: ¿Cuántos segundos son  $73^\circ 13' 48''$  ?

$$73^\circ \rightarrow 73 \cdot 60 = 4380' \quad 4380' \rightarrow 4380 \cdot 60 = 262800''$$

O, mejor, directamente, pasamos los grados a segundos multiplicando por 3600:

$$73^\circ \rightarrow 73 \cdot 3600 = 262800''$$

Después, pasamos los minutos a segundos y sumamos todos los segundos que tenemos:

$$13' \rightarrow 13 \cdot 60 = 780'' \quad 73^\circ 13' 48'' = 262800'' + 780'' + 48'' = 263628''$$



Para pasar un ángulo dado en forma incompleja a su expresión en forma compleja, tendremos en cuenta:

- Si se dividen los segundos entre 60, en el cociente se obtienen minutos y el resto son los segundos que quedan.
- Si se dividen minutos entre 60, en el cociente se obtienen grados y el resto son los minutos que quedan.

Ejemplo: Pasar  $263628''$  a grados, minutos y segundos.

Al dividir entre 60, obtenemos en el cociente  $4393'$ , y el resto son los segundos que quedan:  $48''$ .

Dividimos los minutos,  $4393'$ , entre 60, obteniendo en el cociente  $73^\circ$ , y el resto, 13, son los minutos que quedan.

Por tanto:  $263628'' = 73^\circ 13' 48''$

### OPERACIONES CON MEDIDAS ANGULARES:

**SUMA**: Se suman por separado los segundos, los minutos y los grados. Después se hace la conversión necesaria para que no haya más de  $59'$  ni más de  $59''$

Ejemplo:  $56^\circ 38' 11'' + 46^\circ 37' 3'' + 119^\circ 48' 52''$

$$\begin{array}{r} 56^\circ 38' 11'' \\ + 46^\circ 37' 3'' \\ 119^\circ 48' 52'' \\ \hline 221^\circ 123' 66'' \rightarrow 221^\circ 124' 6'' \rightarrow 223^\circ 4' 6'' \end{array}$$

**RESTA**: Se restan sucesivamente los segundos, los minutos y los grados si estas operaciones son posibles. Si alguna no lo es porque el sustraendo es mayor que el minuendo, se van cambiando en el minuendo los grados en minutos y los minutos en segundos necesarios para poder operar.

Ejemplo:  $56^\circ 38' 11'' - 32^\circ 43' 56''$

$56^\circ 38' 11'' \rightarrow 55^\circ 98' 11'' \rightarrow 55^\circ 97' 71''$ . Con estos cambios, ya se puede restar:

$$\begin{array}{r} 56^\circ 38' 11'' \quad 55^\circ 97' 71'' \\ - 32^\circ 43' 56'' \quad \rightarrow - 32^\circ 43' 56'' \\ \hline \quad \quad \quad 23^\circ 54' 15'' \end{array}$$

**PRODUCTO DE UN ÁNGULO POR UN NÚMERO NATURAL**: Se calculan, en primer lugar, los productos de segundos, minutos y grados por el número. Después, efectuamos las conversiones necesarias.

Ejemplo:  $(35^\circ 46' 11'') \cdot 7$

$$35^\circ \cdot 7 = 245^\circ \quad 46' \cdot 7 = 322' \quad 11'' \cdot 7 = 77''$$

Como  $77''$  son  $1'$  y  $17''$ ,  $322' + 1' = 323'$  son  $5^\circ$  y  $23'$ , el resultado es:  $250^\circ 23' 17''$



**DIVISIÓN DE UN ÁNGULO ENTRE UN NÚMERO NATURAL:** Se dividen los grados y el resto se pasa a minutos, que se añaden a los que había. Hacemos lo mismo con los minutos. Finalmente, dividimos los segundos.

Ejemplo :  $(25^{\circ} 14' 47'') : 3$

$$\begin{array}{r}
 25^{\circ} \ 14' \ 47'' \ | \ 3 \\
 \underline{1^{\circ} \ 60'} \phantom{00} \\
 74' \phantom{00} \\
 \underline{2'} \ 120'' \\
 167'' \\
 \phantom{00} \ 2''
 \end{array}$$

**ÁNGULOS EN LOS POLÍGONOS:**

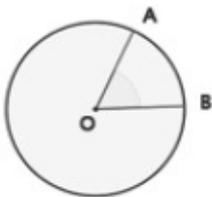
La suma de todos los ángulos de un polígono de n lados es  $180^{\circ} \cdot (n - 2)$ .  
 Cada ángulo de un polígono regular de n lados medirá:  $\frac{180^{\circ} \cdot (n - 2)}{n}$

Ejemplos: La suma de los ángulos de un triángulo es  $180^{\circ}$ . La suma de los ángulos de cualquier cuadrilátero es  $360^{\circ}$

**ÁNGULOS EN LA CIRCUNFERENCIA:**

Llamamos **ángulo central** en una circunferencia al que tiene su vértice en el centro de la circunferencia.

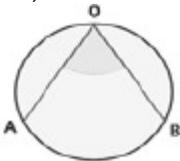
A un arco de circunferencia le podemos asociar una medida angular. Así, la medida de un ángulo central es igual a la del arco de abarca.



$\widehat{AB} = \widehat{AOB}$

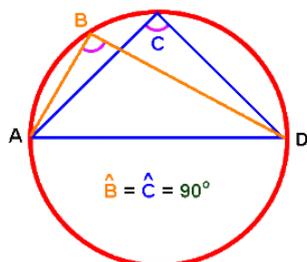
Llamamos **ángulo inscrito** en una circunferencia al que tiene su vértice sobre la circunferencia y sus lados la cortan.

Así, la medida de un ángulo inscrito es igual a la mitad del arco de abarca.

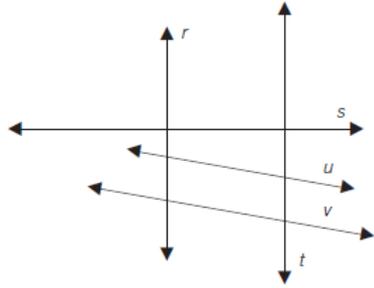


$\widehat{AB} = \frac{1}{2} \widehat{AOB}$

Teniendo en cuenta esta propiedad, todo ángulo inscrito que abarca una semicircunferencia (es decir, sus lados pasan por los extremos de un diámetro) es de  $90^{\circ}$ .



1. Observa el siguiente grupo de rectas y responde en tu cuaderno:



- a) r y t son rectas .....  
 b) r y s son rectas .....  
 c) t y s son rectas .....  
 d) r y u son rectas .....  
 e) r y v son rectas .....  
 f) u y v son rectas .....  
 g) t y u son rectas .....  
 h) t y v son rectas .....  
 i) Si prolongásemos la recta u, s y u serían rectas .....

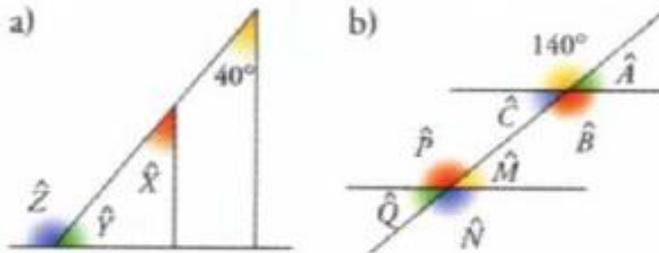
2. Clasifica los siguientes ángulos según su abertura.

- a) A = 55°      b) S = 180°      c) E = 90°      d) Y = 135°

3. Halla el complementario y el suplementario de cada uno de los siguientes ángulos.

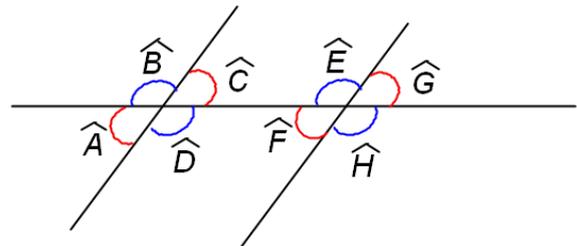
ángulo	41°	24°	15°	70°	80°	85°
complementario						
suplementario						

4. Calcula la medida de los ángulos desconocidos, justificando tu respuesta:



5. De estos ángulos, indica dos que pueden ser:

Opuestos por el vértice	Correspondientes	Alternos internos	Alternos externos



6. Expresa:

- a) 75.358 segundos en grados, minutos y segundos.      b) 23° 47' 36'' en segundos.

7. Dados los ángulos  $A = 56^\circ 32' 38''$  y  $B = 118^\circ 5' 19''$ , calcula:

- a) El ángulo complementario de A      b) El ángulo suplementario de B  
 c) El ángulo complementario de  $B - A$       d) El ángulo suplementario de  $A + B$

8. Dados dos ángulos cuyas medidas son  $A = 30^\circ 45' 50''$  y  $B = 37^\circ 56' 30''$ , calcula:

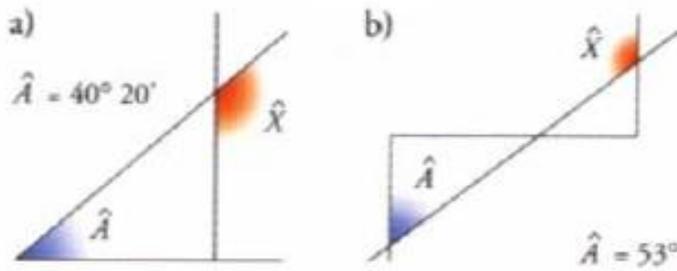
- a)  $A + B$                       b)  $B - A$                       c)  $90^\circ - A$                       d)  $180^\circ - A$

9. Calcula:

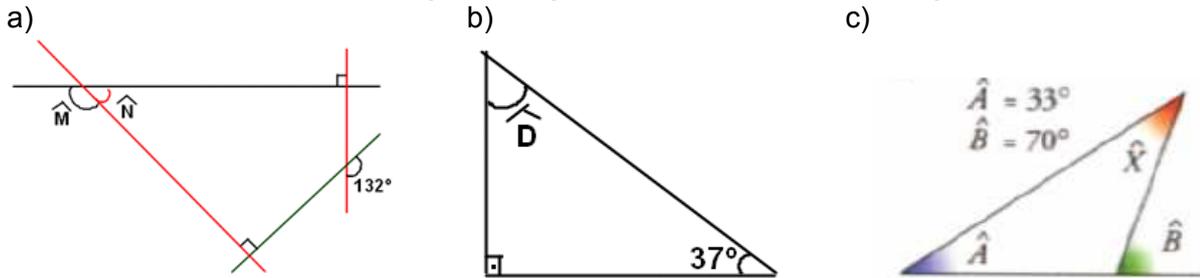
- a)  $(58^\circ 14') \cdot 3 =$                       b)  $(62^\circ 12' 10'') \cdot 7 =$                       c)  $(47^\circ 25') : 5$                       d)  $(89^\circ 21' 16'') : 2$

10. Un ángulo mide  $\frac{3}{4}$  de uno recto. Expresa esta medida en grados minutos y segundos.

11. Calcula la medida del ángulo X en cada figura:



12. Calcula la medida del ángulo o ángulos que se piden en cada figura:



13. Calcula cuánto suman todos los ángulos de un decágono cualquiera y cuánto mide cada ángulo de un decágono regular.

14. Calcula el valor de los ángulos indicados en cada circunferencia:

